



# Horloge atomique à piégeage cohérent de population du césium en cellule : limitations à la stabilité de fréquence

Jean-Marie Danet

## ► To cite this version:

Jean-Marie Danet. Horloge atomique à piégeage cohérent de population du césium en cellule : limitations à la stabilité de fréquence. Autre [cond-mat.other]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. NNT : 2014PA066192 . tel-01126999

**HAL Id: tel-01126999**

**<https://theses.hal.science/tel-01126999>**

Submitted on 6 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

**Spécialité : Physique**

**École doctorale : "La physique, de la particule à la matière condensée"**

**réalisée**

**Laboratoire Systèmes de Référence Temps-Espace**

**présentée par**

**Jean-Marie DANET**

**pour obtenir le grade de**

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

**Sujet de thèse :**

**Horloge atomique à piégeage cohérent de  
population du césium en cellule : limitations  
à la stabilité de fréquence**

**soutenue le 22 Mars 2014 devant le jury composé de :**

|      |           |              |                      |
|------|-----------|--------------|----------------------|
| M.   | Christoph | AFFOLDERBACH | Examineur            |
| M.   | Daniel    | BLOCH        | Rapporteur           |
| M.   | Emeric    | DE CLERCQ    | Codirecteur de thèse |
| M.   | Noël      | DIMARCQ      | Directeur de thèse   |
| M.   | Vincent   | GIORDANO     | Rapporteur           |
| Mme. | Lucile    | JULIEN       | Présidente du jury   |
| M.   | Jean-Marc | LESAGE       | Examineur            |





# Remerciements

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit a été effectué au laboratoire Systèmes de Référence Temps-Espace (SYRTE) de l'Observatoire de Paris. Il a été dirigé par Noël Dimarcq et encadré par Emeric de Clercq et Stéphane Guérandel. En guise d'introduction à ces remerciements, je préciserai que ma méthode de travail est basée sur de nombreuses interactions avec mon entourage. Le travail présenté dans ce manuscrit est donc, entre autres, le résultat de nombreux conseils et discussions avec l'ensemble des acteurs cités ci-dessous.

Tout d'abord, je tiens à remercier Noël Dimarcq, mon directeur de thèse, qui malgré son emploi du temps déjà très rempli, a pris le temps de suivre mon travail. A travers nos entretiens matinaux, il a su me faire prendre de la hauteur sur le travail réalisé et donner des orientations clés pour la suite. Je le remercie également pour avoir partagé avec moi son intérêt pour la vulgarisation, me fournissant notamment matériel et conseils pour les conférences pour enfants des journées du patrimoine. Enfin, un immense merci pour son rôle décisif dans ma recherche d'emploi post-doctorat qui m'a permis de trouver un travail taillé sur mesure directement en sortie de thèse.

Je souhaite également remercier les membres du jury extérieurs au SYRTE : Lucile Julien, Vincent Giordano, Daniel Bloch, Jean-Marc Lesage et Christoph Affolderbach pour avoir eu la patience de lire, de comprendre et de questionner ce travail de thèse. Dans le milieu de la recherche où les interactions peuvent être rares du fait de l'hyper-spécialisation des travaux menés, un tel regard est indispensable et a été très apprécié.

Je tiens ensuite à remercier les membres de l'équipe CPT et les personnes avec qui j'ai directement travaillé pendant ces trois années. En premier lieu, je souhaite exprimer ma plus grande gratitude à Emeric de Clercq. Il a tout d'abord su poser les rails métrologiques qui m'ont guidé dans les méandres de la chasse au bruit. Avec patience et simplicité, il a pris le temps de comprendre et de répondre à chacune de mes nombreuses questions. Sa capacité à changer d'angle d'attaque pour une explication ou un plan d'expérience m'a forgé une compréhension solide qui m'a permis d'aller de l'avant avec confiance. Il m'a ensuite donné l'ambition de saisir cette formidable opportunité de

la physique qu'est la comparaison calculs-mesures. Moi qui n'avait pas fait des mathématiques ma discipline de prédilection, j'ai pu manipuler le formalisme de l'effet Dick avec la confiance de celui qui sait que son travail sera suivi et encadré par un esprit critique et constructif. Enfin, au détour d'un article de culture générale scientifique ou d'un "très beau" laché devant une courbe, une démonstration, il a quotidiennement cultivé l'émerveillement scientifique, instillant chaque jour un peu d'humanité dans la logique brute et cartésienne de la physique atomique. Je te tiens également à remercier Stéphane Guérandel pour m'avoir fait bénéficier de son talent d'expérimentateur pragmatique et efficace. A travers les conférences auxquelles nous avons participé ensemble et à travers les diverses collaborations laboratoire-entreprise qu'il mène, il a su me faire découvrir toute la richesse du monde de la recherche. Merci également à Olga Kozlova, la doctorante dont le travail a précédé le mien. Elle a pris le temps de m'initier à la "manip" pendant ce moment délicat qu'est la rédaction de thèse. Merci d'avoir apporté rigueur scientifique et organisation au jeune nouveau enthousiaste et étourdi que j'étais. I wish good luck to Peter Yun, who joined the group as a post-doc during my last year. Merci également à ce vieux gratteur de dB qu'est Rodolphe Boudot du laboratoire FEMTO-ST. Son dynamisme et ses idées d'expériences ont été précieuses au cours de ma thèse. Je salue Thomas Zanon, physicien passionnant et passionné de CPT et lui souhaite bon courage pour ses futures expériences. Je souhaite remercier Gaëlle Lucas-Leclin, Fabiola Camargo et Paul Dumont qui m'ont accueilli à l'Institut d'Optique pour quelques expériences sur le laser bi-fréquence. La découverte d'un autre laboratoire et d'une autre équipe a été une expérience riche et motivante dans ce parcours de thèse. Enfin, merci à Ghaya Baili, Gregoire Pillet et Loïc Morvan de Thalès Research and Technology au contact de qui j'ai pu partager et approfondir mes connaissances en terme de bruit.

Je souhaite également exprimer ma gratitude aux chercheurs et personnels de ce laboratoire qui ont toujours répondu avec sympathie à mes sollicitations. Dans le désordre, je remercie Ouali Acef et Frédéric Duburck qui m'ont fait bénéficier par petites touches de leur longue expérience du milieu temps-fréquence. Merci Ouali pour cette petite phrase-clé finement distillée à la fin de la répétition générale de soutenance "parfait, change rien, ça va rouler", qui m'a permis de faire tomber la pression et d'attaquer la soutenance sereinement. Merci à Peter Wolf et à Franck Pereira pour leur résolutions "10s chrono", à Sébastien Bize pour ses remarques toujours constructives, à Arnaud Landragin pour ses coups de pieds aux fesses, à Pierre Uhrich et à Pacôme Delva. Merci à Luigi De-Sarlo, Jérôme Lodewyck, Paul-Éric Pottie et à Rémi Geiger d'avoir pris le temps d'assister à mes répétitions de soutenance. Je n'oublierai pas ceux avec qui j'ai pu interagir d'un peu plus loin : Jocelyne Guéna, Daniele Rovera, Yann Lecoq, Rodolphe Le Targat, Ulrich Eismann, Peter Rosenbuch, Sébastien Merlet, Frédéric Meynadier, Jean Souchay, Christian Bizouard, Michel Abgrall, Christine Guerlin, Nicole Capitaine, Marie Christine Angonin,

Carlos Garrido Alzar, David Holleville, Baptiste Choupin, Olivier Chiu, Ihsan Ibn Taieb, Philippe Laurent, Giorgio Santarelli et Bertrand Venon. Merci à Florence Cornu, Nicolas Chiodo et à Rolland Barillet pour m’avoir accueilli avec gentillesse dans leur bureau déjà très chargé. Je remercie Michel Lours, tant pour la transmission de sa large expérience de l’électronique bas-bruit, que pour sa disponibilité et son écoute. Bon vent à José et Laurent, les as incontournables du fer à souder, de la DDS-labo et de la bonne humeur électronique. Merci à Gilles Sakoun et Pascal Blondé du service informatique pour leur disponibilité. Je souhaite enfin une bonne continuation à Anne Quézel, Chahira Lachhab, Pascale Michel, Francia Decostier et à Marine Pailler.

Le SYRTE est un laboratoire dynamique qui accueille de nombreux doctorants. Parmi eux, je tiens à saluer Jean Lautier qui prépare sa soutenance au moment où j’écris ces lignes. Véritable homme-orchestre, il est le seul à ma connaissance à pouvoir dans le même temps : rédiger une thèse, passer des entretiens d’embauche, manipuler, préparer un mariage, encadrer un stagiaire, et venir quand même partager un p’tit dej, avec le sourire au petit matin à l’obs. Merci pour ces bons moments, les serrages de coudes quand le moral était dans les chaussettes et ce mémorable EFTF 2014 en colloc’. Un coup de chapeau à Bruno Pelle, le premier thésard du cru 2011 à avoir dégainé sa soutenance, et ce avec brillo. Merci pour ta bonne humeur, ces belles soirées, et bon courage pour ta carrière scientifique. Bon courage également aux thésards et post-doc actuels : Tristan Farah, Ramon Smuck, Pierre Gillot, Wenhua Yan, Rinat Tyumenev, Indranil Dutta, Daniele Nicolodi, Edouard Richard, Konstantin Ott, Satyanarayana Bade, Adele Hillico, Antony Bercy, Olivier Gobron, Cyrille Solaro, Paul Dumont, Jean-Luc Robyr, Natascia Castagna, Stéphane Trémine, Katharina Predehl, Jérémy Courtois et à ce vieux loup d’Erick Chea. Enfin merci à Vincent Dugrain et Sinda Mejri, anciens thésards, qui nous ont appris les rudiments du métier de l’organisation de pots.

Aux cours des différentes conférences auxquelles j’ai eu la chance de participer, j’ai pu rencontrer quelques acteurs du domaine des horloge micro-ondes compactes. Je remercie John Kitching, Elisabeth Donley, Andreas Bauch et Christoph Affolderbach pour l’intérêt et le regard critique qu’ils ont porté sur mon travail.

Un coup de chapeau aux relecteurs de ce travail, Elénore, Macos, Solweig et Awen, qui en futur grand mathématicien a su repérer l’erreur de signe de l’équation 2.3. Merci à mes vieux potes Mac et Pantoine d’avoir accepté mon investissement dans cette thèse sans râler parce que je ne sortais plus.

Merci à mes parents pour avoir cultivé ma curiosité et m’avoir appris à persévérer quand ce que je mets en place ne fonctionne pas du premier coup. Enfin, merci à Hélo, qui a accepté que ce travail prenne beaucoup de place, et qui, par sa force tranquille m’a quotidiennement soutenu dans cette aventure parisienne.

# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Introduction</b>  | <b>1</b>  |
| <b>1 Principe de l'horloge et description du dispositif expérimental</b>                         | <b>5</b>  |
| 1.1 Introduction   | 5         |
| 1.2 Principe d'une horloge atomique  | 5         |
| 1.3 Principe d'une horloge à piégeage cohérent de population                                     | 7         |
| 1.3.1 Principe du piégeage cohérent de population  | 7         |
| 1.3.2 Pourquoi utiliser le CPT dans une horloge ?  | 10        |
| 1.4 Aperçu global du montage expérimental  | 10        |
| 1.5 Chaîne de synthèse micro-onde  | 11        |
| 1.5.1 Génération d'un signal à 9.4 GHz, ultra-stable   | 12        |
| 1.5.2 Génération du signal à 9.392 GHz accordable  | 15        |
| 1.6 Le résonateur atomique   | 15        |
| 1.6.1 Cellule  | 17        |
| 1.6.2 Blindage thermique et magnétique   | 21        |
| 1.7 Banc optique et lasers   | 22        |
| 1.7.1 Génération des fréquences optiques   | 22        |
| 1.7.2 Asservissement de fréquence du laser maître  | 25        |
| 1.7.3 Asservissement de fréquence du laser esclave   | 26        |
| 1.7.4 Bruit et stabilité de la micro-onde portée optiquement                                     | 28        |
| 1.7.5 Modulateur acousto-optique : décalage de fréquence et mode impulsionnel                    | 31        |
| 1.7.6 Contrôle des puissances optiques   | 31        |
| 1.7.7 Polarisation des faisceaux lasers.   | 32        |
| 1.8 Séquence d'interrogation Ramsey et signal atomique   | 35        |
| 1.9 Asservissement de fréquence de l'oscillateur local sur les atomes                            | 37        |
| 1.10 Conclusion  | 39        |
| <b>2 Effet Dick dans une horloge atomique à piégeage cohérent de population</b>                  | <b>41</b> |
| 2.1 Introduction   | 41        |
| 2.2 Séquence d'interrogation de type Ramsey  | 42        |
| 2.3 Fonction de sensibilité  | 42        |
| 2.3.1 Fonction de sensibilité pour un système CPT  | 43        |
| 2.3.2 Comparaison entre un système CPT et un système à deux niveaux                              | 46        |
| 2.4 Mesure de la fonction de sensibilité et étude de l'optimisation de la stabilité de fréquence | 47        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 2.4.1    | Validation du modèle mathématique . . . . .   | 47        |
| 2.4.2    | Diminution de l'effet Dick par optimisation de la séquence . . . . .  | 49        |
| 2.5      | Budget de bruit associé à l'effet Dick et stabilité de fréquence . . . . .  | 53        |
| 2.5.1    | Optimisation de la source 100 MHz . . . . .   | 53        |
| 2.5.2    | Stabilité de fréquence . . . . .  | 56        |
| 2.5.3    | Calcul de l'effet Dick pour différentes fonctions de sensibilité . . . . .  | 57        |
| 2.6      | Conclusion . . . . .  | 58        |
| <b>3</b> | <b>Stabilité court-terme</b> . . . . .  | <b>60</b> |
| 3.1      | Introduction . . . . .  | 60        |
| 3.2      | Bruit d'intensité laser . . . . .   | 60        |
| 3.2.1    | Interactions signal-laser . . . . .   | 60        |
| 3.2.2    | Mesure . . . . .  | 63        |
| 3.2.3    | Conversion du bruit d'intensité en bruit de fréquence . . . . .   | 66        |
| 3.2.4    | Diminution du bruit . . . . .   | 66        |
| 3.3      | Bruits non limitants pour $\sigma_y(1s) = 3.2 \times 10^{-13}$ . . . . .  | 72        |
| 3.3.1    | Bruit de fréquence optique . . . . .  | 72        |
| 3.3.2    | Bruit de grenaille . . . . .  | 75        |
| 3.3.3    | Bruit du champ magnétique . . . . .   | 75        |
| 3.4      | Budget total et conclusion . . . . .  | 75        |
| 3.5      | Optimisation de la stabilité court terme par variation de la durée de dé-<br>tection et du temps d'évolution . . . . .  | 76        |
| 3.5.1    | Optimisation du discriminateur de fréquence . . . . .   | 77        |
| 3.5.2    | Optimisation du bruit d'intensité . . . . .   | 78        |
| 3.5.3    | Optimisation totale . . . . .   | 79        |
| 3.6      | Conclusion . . . . .  | 80        |
| <b>4</b> | <b>Etude des effets de puissance sur le déplacement de fréquence des ré-<br/>sonances noires <math>\sigma^+</math> et <math>\sigma^+\sigma^-</math></b> . . . . . | <b>82</b> |
| 4.1      | Introduction . . . . .  | 82        |
| 4.1.1    | Contexte . . . . .  | 82        |
| 4.1.2    | Cadre de l'étude . . . . .  | 83        |
| 4.2      | Étude théorique de l'effet de la puissance laser et du désaccord optique<br>sur le déplacement de la fréquence d'horloge . . . . .                                | 84        |
| 4.2.1    | Déplacement lumineux CPT . . . . .  | 85        |
| 4.2.2    | Déplacements lumineux des transitions à un photon . . . . .   | 87        |
| 4.2.3    | Effet Doppler . . . . .   | 91        |
| 4.2.4    | Déformation de la raie de résonance noire . . . . .   | 94        |
| 4.2.5    | Budget total et conclusion des calculs . . . . .  | 103       |
| 4.3      | Étude expérimentale de l'effet de la puissance laser sur le déplacement de<br>la fréquence d'horloge . . . . .  | 105       |
| 4.3.1    | Configuration $\sigma^+$ . . . . .  | 106       |
| 4.3.2    | Configuration $\sigma^+\sigma^-$ . . . . .  | 113       |
| 4.4      | Mesure du déplacement de fréquence en fonction du désaccord optique,<br>configuration $\sigma^+$ . . . . .  | 117       |
| 4.5      | Conclusion . . . . .  | 118       |

|          |   |                |
|----------|---|----------------|
| <b>5</b> | <b>Caractérisation du schéma Lin⊥Lin et estimation des effets systématiques limitant la stabilité moyen-terme</b>                               | <b>120</b>     |
| 5.1      | Introduction . . . . .  | 120            |
| 5.2      | Sensibilité du signal de résonance noire Lin⊥Lin aux principales sources d'instabilités moyen-terme, mesure en interrogation continue . . . . . | 122            |
| 5.2.1    | Amplitude . . . . .   | 122            |
| 5.2.2    | Largeur . . . . .   | 125            |
| 5.2.3    | Conclusion . . . . .  | 126            |
| 5.3      | Sensibilité de la fréquence d'horloge en schéma Lin⊥Lin et en mode impulsionnel . . . . .   | 127            |
| 5.3.1    | Sensibilité de la fréquence au champ magnétique . . . . .   | 127            |
| 5.3.2    | Déplacement de puissance . . . . .  | 132            |
| 5.3.3    | Compensation des déplacements de puissance en régime impulsionnel par recouvrement des raies adjacentes . . . . .                               | 133            |
| 5.3.4    | Déplacement de fréquence lié aux fluctuations thermiques . . . . .  | 133            |
| 5.4      | Evaluation de la stabilité moyen-terme d'horloge . . . . .  | 136            |
| 5.4.1    | Contribution de la puissance laser . . . . .  | 137            |
| 5.4.2    | Contribution du champ magnétique . . . . .  | 138            |
| 5.5      | Conclusion . . . . .  | 140            |
|          | <br><b>Conclusion</b>   | <br><b>145</b> |
| <b>A</b> | <b>Déplacement de fréquence associé à la co-existence de deux résonances noires</b>   | <b>146</b>     |
| <b>B</b> | <b>Bruit de fréquence du laser asservi</b>  | <b>148</b>     |
| <b>C</b> | <b>Effet de la normalisation sur le bruit du signal</b>   | <b>151</b>     |
|          | <br><b>Bibliographie</b>  | <br><b>156</b> |

# Introduction

"Prendre son temps", "gagner ou perdre du temps", "économiser son temps" ou encore "durer une éternité" sont autant d'expressions utilisées dans le langage populaire pour exprimer une notion du temps relative à la personne concernée ou à l'action qui se déroule. A l'inverse, la pierre angulaire du domaine de la physique qu'est la métrologie du temps et dont nous parlerons tout au long de ce mémoire, est la mesure du temps d'une manière qui dépende le moins possible du contexte de la mesure. Ainsi, les métrologues du temps-fréquence passent leur temps à chercher des phénomènes périodiques qui permettront de quantifier un pas de temps. Ces phénomènes doivent répondre à deux critères : faible sensibilité à leur environnement et stabilité dans le temps.

Jusqu'à la moitié du 20<sup>e</sup> siècle la seconde était définie comme  $1/86400^e$  d'un jour moyen, ce qui correspond en moyenne à une journée. C'était donc en regardant le mouvement apparent du soleil qu'unité et échelle de temps étaient construites. Cependant, dès le 18<sup>e</sup> siècle, des recoupements d'observations d'éclipses menés par Halley ont montré que la terre ralentit continûment. Cet effet est aujourd'hui attribué à l'attraction de la lune et aux effets de marées [1]. De plus, des observations menées plus récemment ont montré des perturbations de la durée du jour de plusieurs millisecondes sur des périodes annuelles et décennales [2]. La durée d'une journée et donc celle de la seconde définie comme une fraction de journée, ne sont donc stables qu'à quelques milli-secondes près sur de telles périodes. En 1967, parmi les différentes références envisagées pour construire une unité de temps la plus reproductible possible, la communauté internationale réunie pour la 13<sup>e</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures a sélectionné une transition atomique, élément de référence des horloges atomiques. Depuis, la seconde est définie comme "*la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de Césium 133*" [3]. La production de cette référence de temps est l'exemple le plus connu de l'utilisation des horloges atomiques. Elle bénéficie des diverses caractéristiques des transitions atomiques : une très faible sensibilité à toutes perturbations extérieures, l'immuabilité supposée dans le temps et l'espace et enfin le fait qu'au sein d'une même espèce tous les atomes soient identiques.



Grâce à tous ces avantages les horloges construites dans les différents laboratoires temps-fréquence du monde entier peuvent être simultanément comparées et produire ainsi le temps atomique de référence (TAI).

Les applications des horloges atomiques sont aujourd'hui très nombreuses. En physique fondamentale elles permettent de tester les lois de la relativité générale [4] ou encore la stabilité des constantes fondamentales [5], ce qui constitue un test des théories au-delà du modèle standard. En physique appliquée, le formidable compromis entre performance, simplicité et robustesse qu'apportent les horloges atomiques compactes, a été très largement utilisé pour la navigation, notamment par satellite. Sachant qu'une milliseconde d'erreur de l'horloge à bord du satellite entraîne une erreur de localisation sur terre de 300 km, il a été primordial de disposer d'une référence de temps extrêmement précise à bord, et ce dès les premiers essais [6].

Différentes technologies d'horloges atomiques compactes sont aujourd'hui à l'étude dans les laboratoires. Toutes travaillent avec un grand facteur de qualité, c'est à dire une résonance étroite permise par un long temps d'observation de l'état atomique sondé. Pour y parvenir, les atomes sont confinés spatialement par différentes méthodes : le piégeage électromagnétique d'ion [7], d'atomes neutres [8] ou encore l'utilisation de gaz tampon [9] [10]. Cette dernière technique repose sur la transformation du vol balistique d'un atome en mouvement diffusif par immersion dans un gaz plus dense. Elle est particulièrement adaptée aux systèmes spatiaux car simple et robuste. Utilisée dans toutes les horloges spatiales à rubidium, cette technique est associée à une interrogation atomique dite de double résonance [10]. L'atome de référence et le gaz tampon, tout deux confinés dans une cellule de verre d'une dizaine de  $\text{cm}^3$ , sont placés dans une cavité micro-onde où la fréquence d'horloge peut être testée. Cependant, cette technique nécessite également une détection optique afin de générer le signal de correction et stabiliser la fréquence d'horloge. Une alternative à l'utilisation de ce couple "cavité-micro-onde/détection optique" est l'interrogation tout-optique permise par le piégeage cohérent de population (CPT) [11]. En effet grâce à un phénomène d'interférence quantique, l'horloge à CPT [12] n'a plus besoin d'un laser et d'une cavité micro-onde, mais simplement d'un laser de fréquence modulée à la fréquence micro-onde. Le frein important à la miniaturisation qu'est la cavité micro-onde est alors levé. Des horloges à volume extrêmement réduit ont déjà été démontrées [13] puis commercialisées telles que celles de  $16 \text{ cm}^3$  de la société Microsemi (Symmetricom) [14]. Cependant ces montages affichent des stabilités de l'ordre de  $1 \times 10^{-10}$  à 1s et ne sont donc pas compétitives pour des applications de navigation spatiale à haute précision ou des besoins métrologiques des laboratoires.

La stabilité ultime d'une horloge à CPT telle que celle présentée dans la suite de ce mémoire est de  $2 \times 10^{-14}$  à 1s d'intégration. Les prototypes développés à ce jour montrent

des stabilités entre un et deux ordre de grandeur au dessus d'une telle limitation. Ceci est dû à la méconnaissance de certains aspects du piégeage cohérent de population, tels que la sensibilité aux fluctuations de puissance ou au bruit de fréquence de l'oscillateur local. Le projet d'horloge à CPT développé au SYRTE affiche un double objectif. Grâce à l'étude métrologique du piégeage cohérent de population, il ambitionne de cerner et d'expliquer les divers phénomènes physiques à l'origine du CPT, encore appelé résonance noire (voir ). Ces études seront l'occasion de construire un prototype d'horloge atomique basé sur le CPT et de tester la stabilité ultime accessible avec ce type d'horloge. Le montage expérimental utilisé est construit de manière éclatée pour faciliter les études paramétriques. Il dispose également d'une excellente sensibilité du fait de son mode d'interrogation impulsionnel et d'un schéma d'excitation original [15].

Ce mémoire présentera l'étude de différents mécanismes de transfert de bruit dans un prototype d'horloge à piégeage cohérent de population. Après avoir rappelé le concept d'une horloge atomique et le principe du piégeage cohérent de population, le chapitre 1 présentera les trois blocs fonctionnels de notre montage expérimental : la chaîne de synthèse micro-onde, le résonateur atomique et enfin la source laser d'interrogation. Le chapitre 2 sera consacré à l'étude théorique et expérimentale du transfert de bruit de fréquence de l'oscillateur local en bruit de fréquence de l'horloge. Le mode d'interrogation impulsionnel qui permet d'augmenter la sensibilité de notre horloge conduit à un échantillonnage du bruit de fréquence de l'oscillateur local et donc à un repliement spectral. Cet effet, appelé effet Dick [16], dégrade les performances de notre horloge. Son application spécifique aux horloges à piégeage cohérent de population ayant un mode de fonctionnement impulsionnel sera présentée. Le chapitre 3 complétera l'étude des transferts de bruit affectant la stabilité court terme de l'horloge en établissant un bilan de bruit. Pour ce faire, les contributions des bruits de fréquence optique, de photon, du champ magnétique et enfin d'intensité seront évaluées. Le bruit d'intensité a fait l'objet d'une attention particulière car il s'est avéré limitant. Diverses solutions permettant de le réduire, dont un asservissement de puissance et une simple normalisation, seront exposées. Enfin, cette partie sur la stabilité court-terme sera conclue par le calcul théorique d'une optimisation de la séquence d'interrogation, dont dépendent les deux bruits dominants.

Dans le chapitre 4 nous proposerons une étude des effets de déplacement de fréquence dus aux variations de puissance laser. Cet effet est aujourd'hui mal expliqué dans les horloges à cellule de vapeur. Un modèle semi-empirique qui rassemblera l'ensemble des effets connus pouvant déplacer la fréquence d'horloge sera présenté. Ce modèle sera ensuite confronté aux mesures sur différentes transitions micro-ondes.

Enfin, le dernier chapitre (5) sera dédié à l'estimation des limitations à la stabilité moyen-terme. Une combinaison de paramètres réduisant de  $2 \times 10^{-14}$  à  $2 \times 10^{-15}$  la sensibilité de la fréquence d'horloge à la puissance laser sera présentée avant de conclure sur un bilan de bruit. Celui-ci permettra d'estimer l'effet de la température, du champ magnétique et de la puissance laser sur la stabilité de fréquence moyen-terme.

Ainsi, l'étude à la fois théorique et expérimentale des différentes sensibilités de notre prototype d'horloge dégagera des éléments clés permettant de mieux comprendre le piègeage cohérent de population et donnera des outils simples pour améliorer la stabilité de fréquence de l'horloge. Ce mémoire cernera également les zones d'ombre entourant encore cette résonance noire construisant une base solide pour les travaux futurs.

# Chapitre 1

## Principe de l'horloge et description du dispositif expérimental

### 1.1 Introduction

Tout d'abord, ce chapitre présentera rapidement le principe d'une horloge atomique. Puis, après avoir détaillé l'effet d'interférence quantique qu'est le piégeage cohérent de population (CPT), le montage expérimental du prototype d'horloge atomique basé sur l'utilisation de ce phénomène sera exposé. Cette seconde étape permettra de présenter les trois blocs fonctionnels de l'horloge : le résonateur atomique, les sources lasers pour l'interrogation et la chaîne de synthèse micro-onde. Enfin, la séquence d'interrogation, le signal obtenu et l'asservissement de l'oscillateur local sur la fréquence atomique seront présentés.

### 1.2 Principe d'une horloge atomique

"Une horloge est une machine capable d'entretenir un phénomène périodique, de compter et d'additionner ses périodes pour donner l'heure" [17]. Dans une horloge à balancier, le phénomène périodique est le mouvement du pendule et le compteur est un système d'engrenage relié au cadran où la position de la trotteuse est incrémentée d'un pas chaque seconde. Lorsque cette horloge se dérègle, le propriétaire de l'horloge va comparer l'heure de son horloge à une référence fiable (par exemple l'horloge parlante) et peut donc remettre sa pendule à l'heure. Une horloge atomique est une horloge dont le phénomène périodique est une oscillation électromagnétique (EM) et dont la remise à l'heure et réalisée continuellement par comparaison avec une référence ultra-stable : l'atome. L'avantage

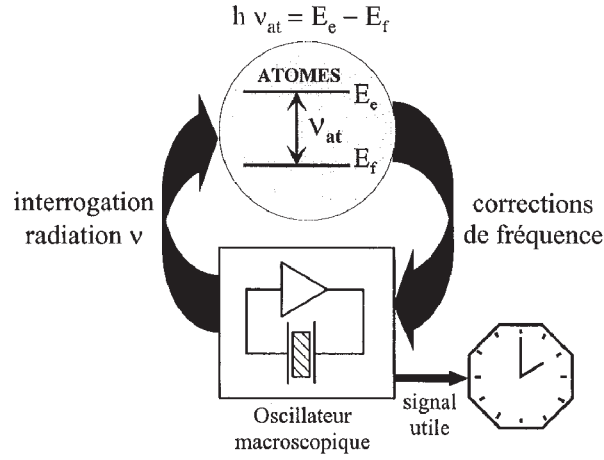


FIGURE 1.1: Schéma de principe d'une horloge atomique. Figure tirée de [18].

d'un atome est de n'être sensible qu'à des radiations EM de fréquence très précise et extrêmement stable dans le temps. Ainsi, si une onde EM est envoyée sur un atome, et qu'il est possible de détecter la réaction de cet atome, nous disposons d'un outil très précis pour tester la fréquence EM envoyée. Cette méthode de test, dont la procédure est détaillée ci-après et illustrée en figure 1.1, est la clé de la réussite de la technologie des horloges atomiques.

Supposons que nous disposons d'un oscillateur local capable d'émettre un signal à la fréquence  $\nu_{ol}$  proche de la fréquence  $\nu_{at}$  d'une transition atomique entre deux états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ . La stabilisation de l'oscillateur local se fait alors en trois étapes :

1- Préparation des atomes : les atomes sont tous placés dans l'un des deux niveaux  $|1\rangle$  ou  $|2\rangle$ , par exemple par pompage optique.

2- Interrogation micro-onde : Cette étape correspond au test de la fréquence  $\nu_{ol}$ . En pratique, l'atome est excité à l'aide du signal issu de l'oscillateur local. Selon la différence de fréquence  $\nu_{ol} - \nu_{at}$ , les atomes transitent plus ou moins d'un niveau vers l'autre.

3- Détection de la résonance : la quantité d'atome ayant transité est mesurée. Ceci permet de déduire le décalage de fréquence  $\nu_{ol} - \nu_{at}$ .

4- Correction : la différence de fréquence déduite de l'étape précédente permet de venir corriger la fréquence de l'oscillateur local de  $\nu_{ol} - \nu_{at}$ , de sorte que sa fréquence reste égale à la fréquence atomique. Ce cycle est réalisé en permanence de manière à stabiliser continuellement la fréquence de l'oscillateur.

Une horloge atomique est donc une horloge à onde électromagnétique (EM), dont la fréquence est asservie sur la fréquence d'une transition atomique. La fréquence EM envoyée sur le compteur pour générer l'échelle de temps présente donc la stabilité court-terme de l'oscillateur local et la stabilité long-terme de la transition atomique de test.

Deux grandes familles d'horloges atomiques existent : les horloges micro-ondes et les horloges optiques. Leur nom vient de la gamme de fréquence qu'elles viennent tester sur les atomes. Dans le cas des horloges micro-ondes, la fréquence appartient à la gamme [300 MHz-300 GHz], alors qu'elle appartient au spectre visible [790-335 THz] dans le cas des horloges optiques.

Le développement d'une horloge nécessite de disposer à la fois d'un oscillateur local et d'une transition atomique de même fréquence. Historiquement, il se trouve que les développements radar ont permis de produire des sources micro-onde très bas bruit [19]. Or, certaines molécules comme l'ammoniac ou certains atomes alcalins tels que le césium où le rubidium résonnent à ces mêmes fréquences. L'existence du couple "source radar - atome de Cs" a permis de construire des horloges tellement performantes et fiables, qu'en 1967 la seconde a été fixée sur "la durée de 9 192 631 770 périodes de la transition correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental du césium", lors de la Conférence Générale des Poids et Mesures [3]. Aujourd'hui, les horloges atomiques les plus innovantes utilisent d'autres couples "oscillateur local-atome". Par exemple, l'une des horloges candidates à la redéfinition de la seconde utilise un laser de fréquence proche de la couleur rouge (698 nm) en tant qu'oscillateur local et l'atome de strontium Sr en tant qu'atome de test [20].

L'horloge que nous présenterons dans la suite de ce manuscrit est une horloge micro-onde. Son mode d'interrogation atomique est toutefois un peu différent des horloges classiques utilisant un système atomique à deux niveaux. En effet, celle-ci utilise un atome à trois niveaux qui permet l'interrogation d'une transition micro-onde à l'aide de faisceaux optiques.

## 1.3 Principe d'une horloge à piégeage cohérent de population

### 1.3.1 Principe du piégeage cohérent de population

Le piégeage cohérent de population fut découvert à Pise en 1976. Alors qu'ils étudiaient les résonances radio-fréquences d'une vapeur de sodium dans une longue cellule éclairée par un laser multi-modes et placée dans un gradient de champ magnétique axial, Alzetta

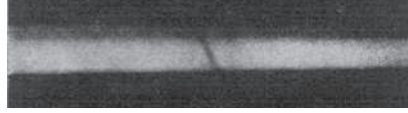
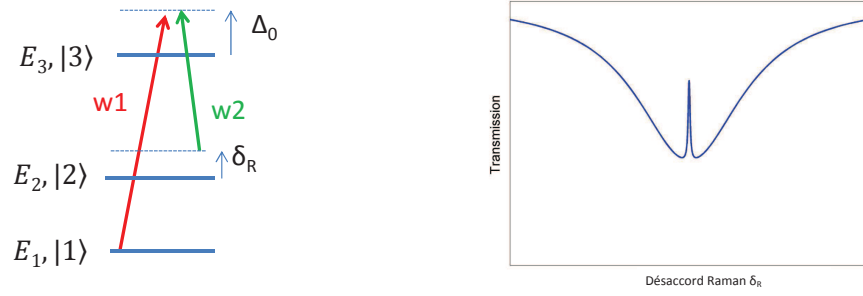


FIGURE 1.2: Fluorescence d'une vapeur de sodium éclairée par le faisceau en polarisation circulaire d'un laser multi-mode accordé sur la transition  $D_1$ . Le faisceau forme un angle de  $20^\circ$  avec l'axe du champ magnétique. Une ligne noire due à la résonance CPT  $(2,-2;1,-1)$  est visible. Figure tirée de [23], qui rapporte l'une des premières observations du piégeage cohérent de population.

et ses collègues [11] observèrent que la cellule était barrée par endroit de raies noires, bien délimitées, dues à l'absence de fluorescence, voir figure 1.2. Ces résonances noires apparaissaient aux endroits où l'écart des fréquences séparant deux niveaux Zeeman était égal à la différence de fréquences entre deux modes laser. L'explication [21][22] est la suivante : à ces endroits, après quelques cycles d'absorption-émission spontanée, l'atome est placé dans un état piège où il ne peut plus absorber de lumière. Il s'agit d'une superposition linéaire de deux états pour laquelle il y a interférence destructive entre les deux amplitudes de probabilité de transition vers un niveau excité.

Considérons maintenant, un système où le laser multi-mode est remplacé par deux lasers mono-modes, envoyés sur un atome à trois niveaux comprenant deux états fondamentaux à longue durée de vie 1 et 2, et un niveau excité 3, voir figure 1.3(a). Quand le premier laser est résonant avec la transition 3-1 et que la fréquence du second est balayée autour de la fréquence de la transition 3-2, nous pourrions nous s'attendre à ce que les atomes absorbent de plus en plus lorsque ce second laser se rapproche de la résonance. Ce comportement est en effet observé jusqu'à un certain point. En effet, lorsque la fréquence du laser devient très proche de la résonance, le processus d'absorption s'arrête. Ce phénomène est appelé piégeage cohérent de population et son acronyme anglophone est CPT (coherent population trapping).

La description formelle du piégeage cohérent de population est la suivante. Soit la structure atomique à trois niveaux décrite précédemment. Les transitions sont irradiées par deux faisceaux lasers de fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$  proche de la résonance 3-1 et 3-2. L'état du système dans l'état fondamental est descriptible en utilisant une base orthonormée formée par une combinaison linéaire des états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ .



(a) Schéma d'un atome à trois niveaux d'énergie,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ , en interaction avec deux champs lasers, de fréquence  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , formant un schéma en  $\Lambda$ ;  $\Delta_0$  est le désaccord optique;  $\delta_R$  est le désaccord Raman.

(b) Exemple de transmission en fonction du désaccord Raman  $\delta_R$ . La résonance noire se détache sur le fond d'absorption de la résonance optique.

FIGURE 1.3: Principe du piégeage cohérent de population. Sur la figure 1.3(b), le milieu n'est pas complètement transparent à la résonance à cause de l'absorption par les atomes situés dans les niveaux Zeeman ne participant pas à l'état noir.

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} (\Omega_2 |1\rangle - \Omega_1 e^{-i\theta} |2\rangle) \quad (1.1)$$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} (\Omega_2 |1\rangle + \Omega_1 e^{-i\theta} |2\rangle) \quad (1.2)$$

où  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont les fréquences de Rabi associées aux transitions considérées et aux champs lasers (proportionnelles à l'amplitude du champ électrique).  $\theta$  est la différence de phase entre les deux champs. L'amplitude de probabilité de transition de l'état  $|-\rangle$  vers l'état  $|3\rangle$  est proportionnelle à l'élément de matrice  $\langle 3|V|-\rangle$ , où  $V$  est l'hamiltonien d'interaction. A résonance et dans l'approximation de l'onde tournante il est égal à :

$$V = \frac{\hbar\Omega_1}{2} |3\rangle \langle 1| + \frac{\hbar\Omega_2}{2} e^{i\theta} |3\rangle \langle 2| + h.c., \quad (1.3)$$

avec  $\hbar$  la constante de Planck divisée par  $2\pi$  et  $h.c.$  pour hermitien conjugué. Dans le développement de  $\langle 3|V|-\rangle$ , les amplitudes de probabilité de transition à partir des états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ , s'annulent et l'élément de matrice est nul,  $\langle 3|V|-\rangle = 0$ . L'état  $|-\rangle$  est découplé du champ laser. Un atome placé dans cet état ne peut plus absorber de photon, c'est pourquoi nous parlons d'état noir ou de résonance noire. La probabilité de transition n'est pas nulle pour l'état  $|+\rangle$ , les atomes dans cet état vont être excités et retomber par émission spontanée dans les états  $|-\rangle$  et  $|+\rangle$ . Ainsi, après quelques cycles d'absorption-émission spontanée, tous les atomes se retrouvent piégés dans l'état noir  $|-\rangle$ , d'où le nom de piégeage cohérent de population. Le calcul complet montre que l'état noir ne dépend pas du désaccord optique, qui peut donc être non nul. Par contre l'état noir n'est stable



que si le désaccord Raman  $\delta_R$  est nul, c'est à dire quand la différence de fréquence des lasers est égale à l'écart de fréquence entre les deux niveaux inférieurs.

### 1.3.2 Pourquoi utiliser le CPT dans une horloge ?

Si la fréquence d'un laser est fixe, lorsqu'on fait varier la fréquence de l'autre, nous observons au voisinage de la résonance Raman, une résonance noire correspondant au maximum de transmission (voir figure 1.3(b)). La largeur intrinsèque de cette transition est indépendante de la largeur des transitions optiques et ne dépend que de la relaxation de la cohérence entre les niveaux inférieurs. Des résonances très étroites sont donc observables en utilisant des transitions optiques très larges, d'où l'idée d'appliquer ces résonances noires à la réalisation d'horloges atomiques[24] [25][26]. Le schéma traditionnel (préparation des atomes, interrogation micro-onde, détection de la résonance) est remplacé par une interrogation tout optique. Cette simplicité et l'absence de cavité résonante micro-onde permettent de réaliser des horloges atomiques miniatures. La société Symétricom [14] commercialise déjà des horloges sur ce principe. Elles occupent un volume de 16 cm<sup>3</sup>, pèsent 35 grammes et consomment 125mW. Les recherches actuelles sur les prototypes de laboratoire ont notamment pour objectif de démontrer des stabilités de fréquence 1000 fois meilleures que ces produits commerciaux, dans un volume nettement plus important.

## 1.4 Aperçu global du montage expérimental

Les sections suivantes présenteront les blocs fonctionnels du prototype d'horloge atomique CPT à cellule de vapeur de césium développée au laboratoire. En s'appuyant sur le schéma de principe de la figure 1.4 nous ferons tout d'abord une première description du montage expérimental. Les blocs seront ensuite détaillés un à un. Pour certaines parties telles que la description du résonateur atomique, nous nous appuierons sur les travaux de thèse ayant précédé celui-ci [27].

Le prototype dont nous disposons est constitué de trois blocs majeurs inter-connectés : le résonateur atomique, les faisceaux lasers pour l'interrogation et la chaîne de synthèse micro-onde. Cette dernière convertit la fréquence d'un oscillateur étalon en une fréquence testable sur la transition atomique. Dans le cas présent un signal à 100 MHz est converti en signal proche de 9.19263177 GHz. Les faisceaux lasers la propagent jusqu'au résonateur atomique où elle est comparée à la fréquence ultra stable de l'atome, notée  $\nu_0$ . De cette comparaison est produit un signal d'erreur qui vient corriger et donc stabiliser la fréquence du signal micro-onde.

Résonateur atomique : le système atomique correspond à la transition optique  $D_1$  à 895 nm du césium et à la transition micro-onde entre les niveaux de nombres quantiques hyperfins  $F=3$  et  $F=4$  et de nombre quantique magnétique  $m_F=0$  du niveau  $6^2S_{1/2}$ . La vapeur de césium, à laquelle un gaz tampon est ajouté, est encapsulée dans une cellule de verre de 15 cm<sup>3</sup> régulée thermiquement et blindée magnétiquement.

Chaîne de synthèse : le rôle de la chaîne de synthèse est de fabriquer un signal d'horloge très proche de la fréquence atomique, i.e. 9.19263177 GHz. Nous montrerons comment, à partir d'un oscillateur à 100 MHz, nous pouvons générer un signal d'une telle fréquence, accordable et ultra-stable.

Faisceaux lasers : notre horloge vient comparer la fréquence micro-onde générée à partir de l'oscillateur local (9.192 GHz) avec la fréquence atomique grâce au phénomène appelé piégeage cohérent de population, voir 1.3.1. Ce test, encore appelé "interrogation", nécessite d'envoyer dans la cellule deux faisceaux lasers dont les fréquences sont séparées de  $\nu_0 = 9.192$  GHz. Le transfert de la fréquence micro-onde issue de la chaîne de fréquence (porteuse électrique) vers le battement optique (porteuse optique) est réalisé par une boucle à verrouillage de phase (PLL) optique. Celle-ci asservie en phase un laser (dit esclave) sur un autre (dit maître) et comprend : une photo-diode rapide de détection de la fréquence du battement PD2, différents étages de comparaison avec la fréquence de la chaîne de synthèse, et un servo qui rétro-agit sur la fréquence du laser esclave. La fréquence absolue du laser dit "maître" est stabilisée sur la raie  $D_1$  du césium par spectroscopie d'absorption saturée avec transfert de modulation. La fréquence du laser esclave n'est asservie que par rapport à celle du maître via la boucle à verrouillage de phase optique.

## 1.5 Chaîne de synthèse micro-onde

L'objectif de la chaîne de synthèse micro-onde est de convertir la fréquence d'un oscillateur étalon pour générer le signal d'interrogation des atomes. C'est le branchement de la fréquence étalon sur un compteur qui permet de générer une échelle de temps. Selon le principe de fonctionnement d'une horloge atomique, le signal d'interrogation doit être le moins bruyant possible et sa fréquence doit pouvoir être testée sur une résonance atomique afin d'en recopier la stabilité de fréquence. Sur notre montage, la transition de test (ou transition d'interrogation) est la transition entre les niveaux de nombres quantiques hyperfins  $F=3$  et  $F=4$  et de nombre quantique magnétique  $m_F=0$  du niveau  $6^2S_{1/2}$  de l'atome de césium. Sa fréquence d'oscillation non-perturbée est 9.19263177 GHz. Nous verrons dans la suite de ce chapitre que pour des raisons techniques, la chaîne de fréquence doit générer non pas une oscillation à 9.192 GHz mais à 9.392 GHz. Enfin, la

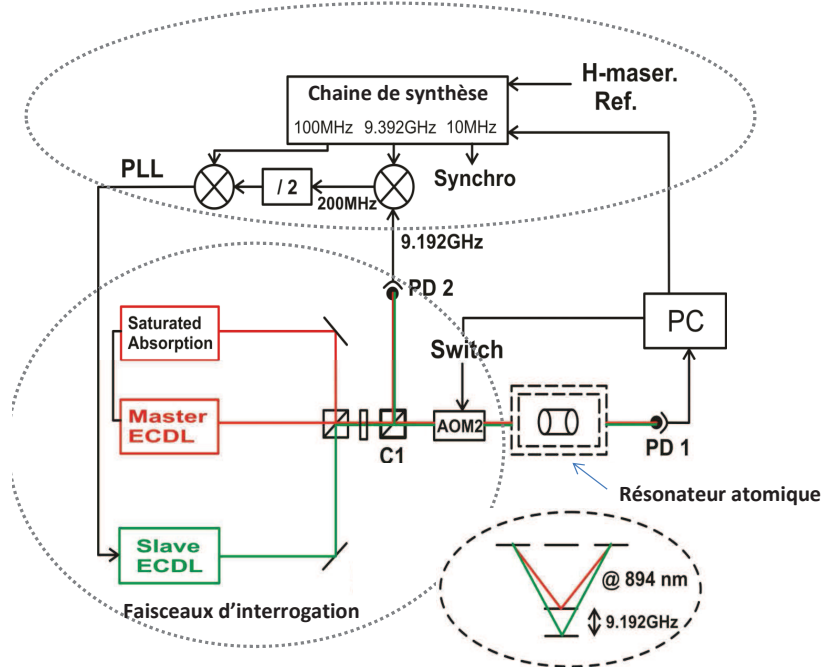


FIGURE 1.4: Schéma de principe du prototype d'horloge atomique à piégeage cohérent de population.

mesure de la stabilité de fréquence de notre prototype d'horloge atomique sera réalisée par comparaison avec une référence de fréquence stable fournie par les Masers du laboratoire. Ainsi, la chaîne de synthèse micro-onde devra fournir un signal à 9.392 GHz, le plus pur spectralement, asservi sur une transition atomique et référencé au signal ultra-stable du laboratoire.

### 1.5.1 Génération d'un signal à 9.4 GHz, ultra-stable

La première étape de la construction de la chaîne de fréquence est tout d'abord de construire un signal de référence. En première approche, nous avons directement utilisé le signal de référence 100 MHz du laboratoire, délivré par un maser filtré par un oscillateur à quartz. Dans un deuxième temps ce signal a été filtré par un oscillateur à quartz 100 MHz Rakon (référence ULN). Les mesures de bruit de phase de ces deux signaux sont présentées en figure 1.5. La contribution au bruit du dispositif de mesure est tracée en noir. Celui-ci est composé d'un déphaseur mécanique et d'un comparateur de phase PD 121, il limite la mesure aux fréquences de Fourier supérieures à 10 kHz. A la fréquence de modulation de l'horloge  $f_m = 166$  Hz, i.e. la fréquence de Fourier à laquelle le bruit doit être le plus bas possible, l'oscillateur ULN permet une réduction de 13 dB du bruit.

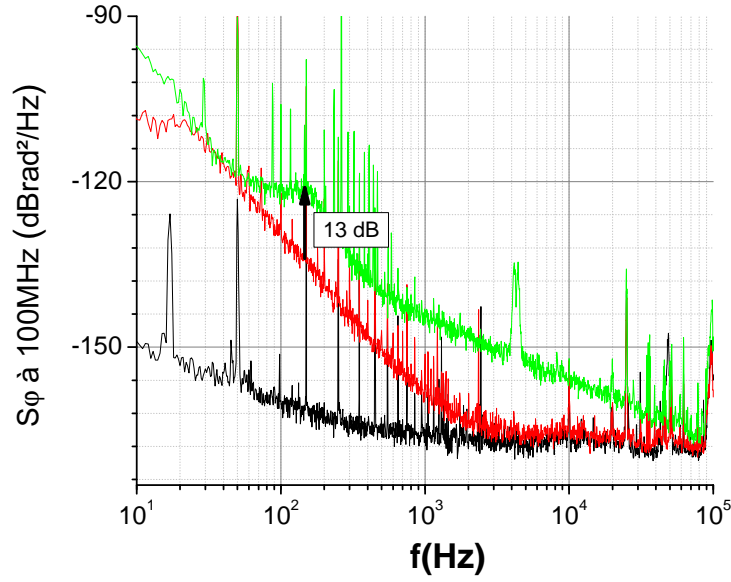


FIGURE 1.5: Densité spectrale de puissance de bruit de phase à 100 MHz. Rouge : ULN Rakon n°1 contre ULN Rakon n°2. Vert : Maser filtré contre ULN Rakon n°1. Noir : ULN Rakon n°1 contre lui même, pour mesurer le bruit du dispositif de mesure, composé d'un déphaseur mécanique et d'un comparateur de phase PD 121

Cependant le bruit basse fréquence de l'ULN 100 MHz est incomparablement moins bon que le maser, dont la caractéristique principale est d'afficher une excellente stabilité de fréquence sur plusieurs semaines. Ainsi, une solution composite a été mise en place. Elle utilise l'ULN asservi aux basses-fréquences sur le signal Maser via une boucle à verrouillage de phase de quelques dizaines de Hz de bande passante. Ce type de boucle d'asservissement permet de recopier la pureté spectrale d'une référence sur un oscillateur bruyant. Son principe, schématisé sur la figure 1.6 est le suivant. L'écart de phase entre les deux oscillateurs  $OL_1$  et  $OL_2$  de fréquences proches est mesuré par comparaison dans un mélangeur, puis intégré dans un montage pseudo intégrateur. En appliquant ce signal intégré sur le convertisseur tension/fréquence de l' $OL_2$ , l'écart de phase, et donc sa différence de fréquence par rapport à l' $OL_1$ , est minimisé. La pureté spectrale de l'un est ainsi recopiée sur l'autre dans la limite de la bande passante. En pratique, un offset de tension est ajouté au signal de correction pour pré-régler la valeur de la fréquence avant de fermer la boucle d'asservissement.

La deuxième étape de la construction de la chaîne de fréquence est de générer un signal à 9.4 GHz, référencé sur le signal composite "Maser + ULN". Pour ce faire, le signal à 100 MHz est doublé, puis multiplié dans une ligne passive non linéaire (NLTL) pour donner un peigne de fréquences et enfin filtré pour ne conserver que l'harmonique à 9.4 GHz. Les excellentes performances en terme de bruit de ce composant ont été rapportées dans [28]. Le bruit de phase du battement entre deux systèmes indépendants comprenant

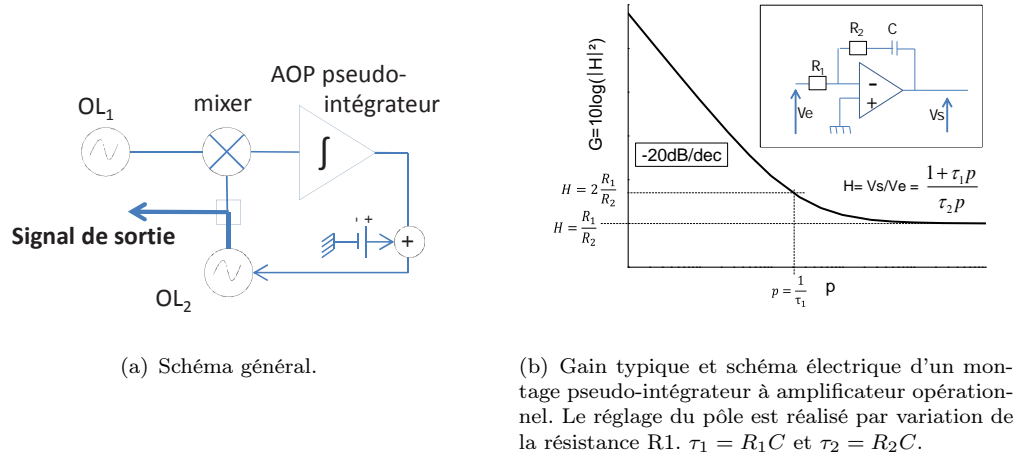


FIGURE 1.6: Schéma de principe d'une boucle à verrouillage de phase

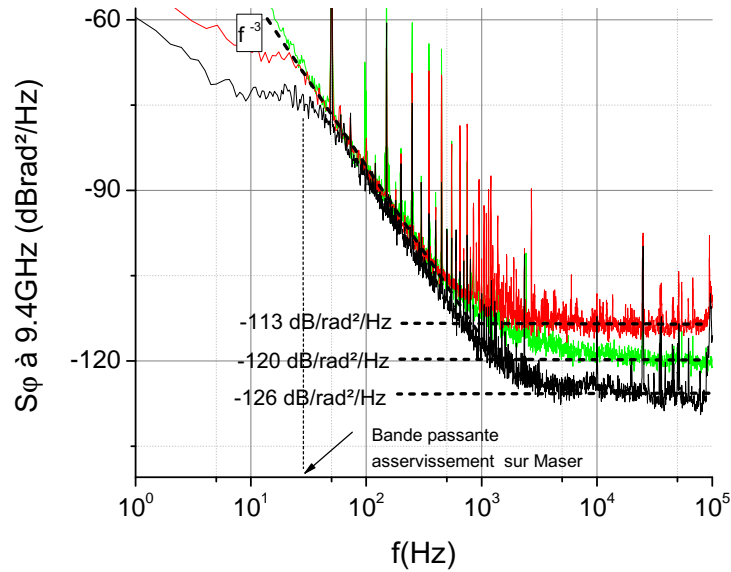


FIGURE 1.7: Densité spectrale de puissance de bruit de phase à 9.4 GHz. Noir : mesure à 100 MHz de l'ULN Rakon n°1 contre l'ULN Rakon n°2, ramenée à 9.4 GHz par calcul. Vert : battement entre deux lignes micro-onde comprenant chacune un ULN Rakon et un générateur de peigne de fréquences micro-onde (NLTL). Rouge : battement entre deux lignes micro-onde comprenant chacune une source 100 MHz ULN Rakon, une NLTL et un oscillateur à résonateur diélectrique (DRO) verrouillé en phase sur l'harmonique à 9.4 GHz de la NLTL.

Quartz + NLTL est présenté sur la figure 1.7 où il est comparé au bruit de phase ULN contre ULN mesuré à 100 MHz et ramenée par calcul à 9.4 GHz. Lors de la multiplication 100 MHz  $\rightarrow$  9.4 GHz, une dégradation de 6 dB du plancher de bruit est à noter. Cette nouvelle source de bruit n'a pas été étudiée en profondeur étant donné son caractère non limitant pour le bruit total du signal micro-onde.

### 1.5.2 Génération du signal à 9.392 GHz accordable

Afin de convertir ce signal à 9.4 GHz en signal à 9.392 GHz accordable, nous avons choisi d’asservir la fréquence d’un oscillateur à résonateur diélectrique (DRO). Ce type d’oscillateur à l’avantage d’être mono-fréquence et de délivrer plusieurs dBm de puissance. Il permet également de filtrer les harmoniques inutiles du peigne de fréquences. Cependant, sa fréquence est trop instable pour notre horloge atomique et doit donc être stabilisée. L’asservissement du DRO sur le signal 9.4 GHz de référence est réalisé à l’aide d’une boucle à verrouillage de phase. Un étage de comparaison supplémentaire est cependant ajouté au schéma montré en figure 1.6. Il permet d’accorder la fréquence du DRO à partir d’un générateur de fréquence de quelques dizaines de MHz et donc de réaliser la modulation de fréquence nécessaire à l’interrogation atomique. L’asservissement se déroule comme suit : après comparaison de l’harmonique à 9.4 GHz du peigne avec le DRO à 9.392 GHz, le signal résultant à 7.4 MHz est comparé à un générateur de fréquence également à 7.4 MHz puis intégré dans un montage pseudo-intégrateur similaire à celui présenté en figure 1.6(b). Ce signal de correction est ensuite envoyé sur le contrôleur tension/fréquence du DRO. Une variation de la fréquence  $\delta_f$  du générateur de fréquence à  $7.4 + \delta_f$  MHz sera ainsi répercutée sur la fréquence du DRO à  $9.392 + \delta_f$  GHz. Le pilotage du générateur de fréquence est réalisé par l’ordinateur. Le spectre présenté en figure 1.8 illustre l’étape d’ajustement du gain proportionnel du montage pseudo-intégrateur par variation de la résistance  $R_1$  (voir figure 1.6(b)). La bande passante après optimisation est de 160 kHz.

La courbe rouge du graphique 1.7 présente le bruit relatif de deux signaux indépendants issus chacun d’une ligne micro-onde comprenant ULN 100 MHz + NLTL + DRO. La comparaison de ce bruit avec la mesure directement en sortie de la NLTL montre un plancher nettement plus haut dans le cas du DRO asservi (-113 contre -120 dBrad<sup>2</sup>/Hz). Les causes de ce plancher ne sont pas clairement identifiées. Il est possible qu’il provienne du bruit de la tension d’offset ajoutée à la sortie du montage pseudo-intégrateur pour pré-ajuster l’accord de fréquence du DRO. La chaîne complète est schématisée sur la figure 1.9.

## 1.6 Le résonateur atomique

Le résonateur atomique est le cœur de l’horloge atomique. Il permet de comparer la fréquence de notre oscillateur local, proche de 9.192 GHz, avec la fréquence de la transition entre les niveaux de nombres quantiques hyperfins  $F=3$  et  $F=4$  du niveau  $6^2S_{1/2}$  de l’atome de césium. Il est tout d’abord composé d’une cellule de verre contenant la

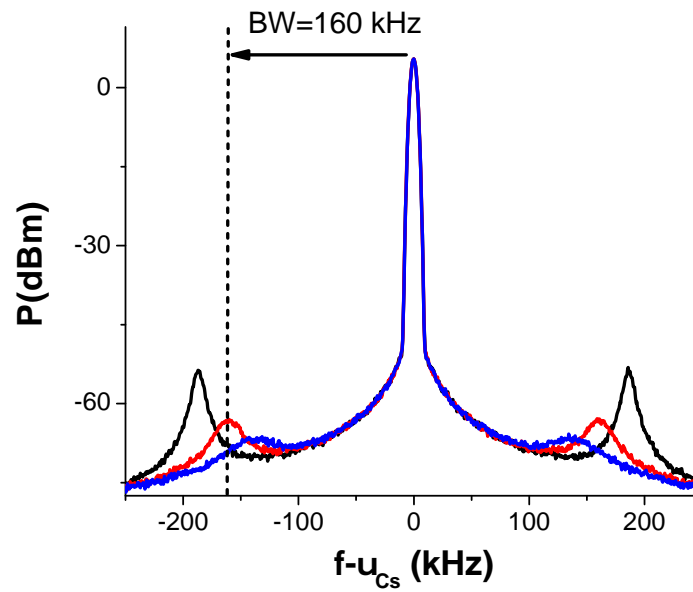


FIGURE 1.8: Spectre du signal à 9.392 GHz. Le gain de la correction pseudo-intégratrice est varié par augmentation de la résistance R1, voir montage de la figure 1.6. La bande passante choisie en fonctionnement routinier est 160 kHz.

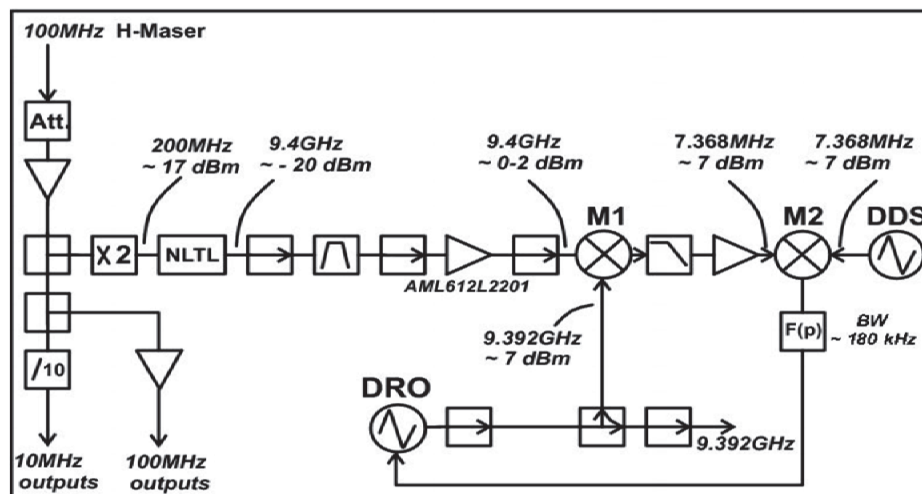


FIGURE 1.9: Schéma de principe de la chaîne de synthèse micro-onde.

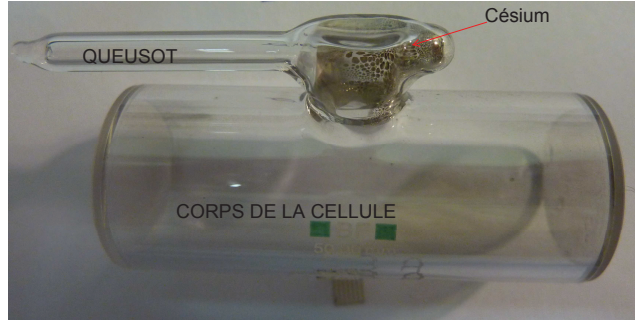


FIGURE 1.10: Photo d'une cellule fabriquée à l'atelier de verrerie de l'Observatoire de Paris.

vapeur de césium ainsi qu'un gaz appelé gaz tampon. Le processus de fabrication de la cellule, l'utilité du gaz ainsi que les principaux paramètres de la cellule utilisée en fonctionnement routinier seront détaillés dans la partie suivante. Nous décrirons ensuite le blindage thermique et magnétique qui enveloppe la cellule.

### 1.6.1 Cellule

La cellule est un cylindre de Pyrex de 5 cm de long et 2 cm de diamètre. Elle est livrée vide avec un trou de quelques mm de diamètre sur le corps du cylindre. La procédure de fabrication qui dure environ 6 semaines par lot de deux cellules est réalisée par l'équipe verrerie de l'Observatoire de Paris : la cellule est tout d'abord soudée sur un bâti et subit un cycle de pompage-étuvage de quelques semaines. Le vide obtenu est de  $10^{-9}$  torr. Quelques gouttes de césium sont ensuite placées dans le queusot de la cellule. Après une thermalisation de la cellule vers  $0^{\circ}\text{C}$ , la pression voulue du mélange de gaz tampon est introduite via une vanne micro-fuite. Une première mesure de cette pression est réalisée avec un manomètre. Une mesure de décalage collisionnel optique [29] permettra plus tard de déterminer la pression de gaz introduit avec une erreur de 2-3%. La cellule est ensuite scellée et un gradient de température de  $40^{\circ}\text{C}$  est imposé entre le queusot qui contient le césium et le corps de la cellule. La vapeur de césium migre alors pendant plusieurs jours du queusot vers la chambre de la cellule.

Le mélange de gaz ajouté au Cs dans la cellule a deux objectifs principaux. Il permet tout d'abord d'éliminer l'élargissement Doppler du 1<sup>er</sup> ordre. Cet effet, qui diminuerait l'amplitude du signal d'horloge est annulé lorsque les atomes sont confinés dans un espace inférieur à un dixième de leur longueur d'onde d'interrogation,  $\lambda \approx 3$  cm pour  $f=9.192$



GHz. C'est l'effet Dicke [30]. Dans un second temps, l'ajout de gaz tampon permet d'augmenter le facteur de qualité de notre résonance atomique  $Q_A$  défini comme le rapport de la fréquence de la transition d'horloge  $\nu_0$  sur la largeur du signal  $\Delta\nu$ . Ce facteur est proportionnel à l'inverse de la stabilité de fréquence de l'horloge, notre montage a donc tout intérêt à le maximiser. Pour ce faire, il faut travailler avec la frange de Ramsey la plus étroite possible ce qui implique d'allonger au maximum le temps de Ramsey, noté  $T_R$ , voir 1.8. Cette durée, encore appelée temps d'évolution libre est limitée par la durée de vie de la cohérence micro-onde, notée  $T_2$ . Pour un atome de césium immobile et isolé,  $T_2$  est quasi-infinie. Cependant notre montage utilise une vapeur de césium à 29°C, en cellule de verre. A cette température, l'atome se déplace à la vitesse de 250 m/s et n'a donc besoin que de 100  $\mu$ s pour parcourir les 2 cm du diamètre de la cellule et venir collisionner avec une paroi. Cette collision est destructrice pour la cohérence micro-onde et limite donc la durée d'évolution libre des atomes à  $T_c < 100\mu$ s. **L'un des moyens d'améliorer la stabilité d'horloge est d'augmenter la durée de vie de la cohérence pour pouvoir utiliser des temps d'évolution libre plus longs, augmenter le facteur de qualité et réduire le bruit de fréquence**, voir l'équation 1.4 :

$$\sigma_y \propto \frac{1}{Q_A} \propto \Delta\nu \propto \frac{1}{T_R}, \quad (1.4)$$

où  $\sigma_y$  est l'écart type du bruit relatif de fréquence d'horloge,  $Q_A$  est le facteur de qualité atomique,  $\Delta\nu$  est la largeur du signal d'horloge et  $T_R$  le temps d'évolution libre. Différentes techniques sont utilisées pour augmenter ce temps de vie. L'une d'entre elles, consiste à refroidir les atomes de manière à diminuer leur vitesse de déplacement de 250 m/s à quelques cm/s. Cette solution est aujourd'hui mise en œuvre dans des montages complexes tels que les horloges optiques, les fontaines atomiques mais également dans certains montages plus compacts [8]. Une seconde solution, utilisée sur notre montage, consiste à insérer un gaz dans la cellule [9][10], de manière à réduire le libre parcours moyen de l'atome de Cs jusqu'à quelques  $\mu$ m. Le confinement obtenu permet alors de transformer le mouvement balistique de l'atome en un mouvement diffusif de quelques  $\text{cm}^2/\text{s}$ . Plus la pression de gaz tampon sera forte, plus la diffusion sera lente et moins l'atome aura de chance du subir une collision destructrice sur la paroi. Le taux de relaxation associé à cet effet sera noté  $\gamma_w$ , voir équation 1.6. Cependant la durée de vie n'augmente pas forcément avec la pression de gaz tampon (GT). En effet, les collisions GT-Cs et Cs-Cs limitent également le temps de vie. Le nombre de collisions Cs-GT s'accroît avec la pression et viendra limiter le gain obtenu par la diminution des collisions Cs-paroi alors que les collisions Cs-Cs ne dépendent pas de la pression de gaz tampon. Les taux de relaxation de la cohérence liés aux collisions Cs-GT et Cs-Cs sont respectivement notées  $\gamma_{bg}$  et  $\gamma_{se}$ . L'augmentation du temps de vie total  $T_2$  est donc un compromis entre

trois paramètres décrit par l'équation 1.5 et le calcul de son évolution en fonction de la pression de gaz est tracé sur la figure 1.11. Les termes  $\gamma_w$ ,  $\gamma_{bg}$  et  $\gamma_{se}$  sont respectivement détaillés dans les équations 1.6, 1.8 et 1.7 [10] :

$$\frac{1}{T_2} = \gamma_w + \gamma_{se} + \gamma_{bg}. \quad (1.5)$$

$$\gamma_w = \left[ \left( \frac{2.405}{r} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \right] D_0 \frac{P_0}{P} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2}, \quad (1.6)$$

où  $L$  et  $r$  sont respectivement la longueur et le rayon de la cellule,  $D_0$  est la constante de diffusion des atomes alcalins dans le gaz tampon à la pression  $P_0 = 1 \text{ atm}$ ;  $T$  est la température de la cellule en kelvins,  $T_0$  est la température de référence, en général  $0^\circ\text{C}$ .

**Notons que  $\gamma_w$  diminue quand la pression  $P$  augmente.**

$$\gamma_{se} = \frac{6I + 1}{8I + 4} \bar{v}_r n_{Cs} \sigma_{se}, \quad (1.7)$$

où  $I$  est le nombre quantique du spin nucléaire,  $\sigma_{se}$  est la section efficace de collisions avec échange de spin entre les atomes alcalins et vaut  $2.18 \pm 0.12 \times 10^{-14} \text{ cm}^2$  [31] [32] [33],  $n_{Cs}$  est la densité de la vapeur alcaline,  $\bar{v}_r = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi \mu}}$  est la vitesse relative moyenne des atomes de Cs,  $k_B$  est la constante de Boltzmann et vaut  $1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ .  $\mu$  est la masse réduite du système. **Notons que  $\gamma_{se}$  ne dépend que de la densité de Cs et ne dépend pas de la pression de gaz tampon.**

$$\gamma_{bg} = n_{bg} \bar{v}_{rel} \sigma_{bg}, \quad (1.8)$$

où  $n_{bg}$  est la densité du gaz tampon,  $\bar{v}_{rel}$  est la vitesse relative des atomes alcalins relativement aux atomes de gaz tampon,  $\sigma_{bg}$  est le section efficace de collision entre atomes alcalins et gaz tampon [10]. **Notons que  $\gamma_{bg}$  est proportionnel à la densité de gaz tampon  $n_{bg}$  et donc à la pression  $P$ .**

**Le désavantage de l'ajout de gaz tampon réside dans la sensibilité à la température du déplacement de fréquence d'horloge qu'il induit.** Ce déplacement, appelé déplacement collisionnel, est de l'ordre de quelques centaines de Hz/torr et varie thermiquement de quelques  $\text{Hz.torr}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Or, il est difficile de contrôler notre température de travail de  $29^\circ\text{C}$  à mieux que le mK. Répercuté sur la stabilité de fréquence, une telle incertitude sur la température entraîne une limitation à quelques  $10^{-10}$  de la stabilité d'horloge. Cependant, l'astuce [9] utilisée depuis plusieurs dizaines d'années sur la plupart des horloges à cellule de vapeur, consiste à utiliser un mélange de gaz tampon [34]. Dans ce mélange, des gaz de sensibilités  $S$  à la température opposées sont utilisés, par exemple :  $S_{Ar} = -1.138 \text{ Hz}/(\text{torr.K})$ ,  $S_{N_2} = 0.824 \text{ Hz}/(\text{torr.K})$ . L'ajustement des

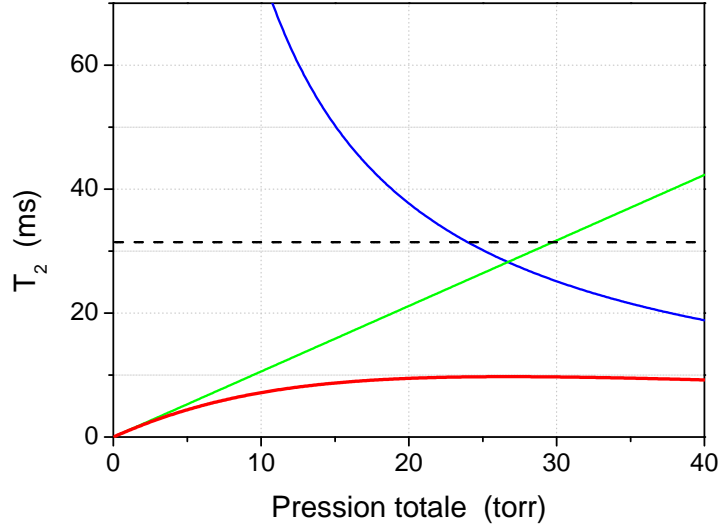


FIGURE 1.11: Durée de vie de la cohérence hyperfine  $1/\gamma_{se}$  (rouge),  $1/\gamma_{bg}$  (vert),  $1/\gamma_w$  (bleu) et  $T_2$  (noir), en fonction de la pression totale de gaz tampon. Paramètres du calcul : diamètre du faisceau 1.5 cm, longueur de la cellule  $L=5$  cm, mélange de gaz  $N_2 - Ar$ , rapport des pressions  $r_{N_2/Ar}=0.6$ , température  $29^\circ\text{C}$ .

pressions partielles de chacun permet alors d'annuler la sensibilité du mélange à une température voulue, appelée température d'inversion et notée  $T_i$ . La mise en place de cette astuce sur notre expérience a été réalisée en amont de ce travail de thèse et est expliquée en détail dans [27]. Ce travail qui a nécessité une mesure des sensibilités  $S$  de différents gaz, a permis de construire une cellule remplie par un mélange  $N_2/Ar$ , dans laquelle, le rapport des pressions partielles vaut  $r = P_{Ar}/P_{N_2} = 0.6$ . Sa température d'inversion est de  $29^\circ\text{C}$  [29], voir figure 1.12.

**L'ajout de gaz tampon est également à l'origine d'un déplacement de fréquence optique**, noté  $\delta_o$ . Celui-ci dépend des espèces gazeuses utilisées, de leur pression ainsi que de la température de travail. Pour un mélange de plusieurs gaz  $i$ , il est calculé comme suit :

$$\delta_o = \sum \kappa_{i,r} \left( \frac{T_m}{T_r} \right)^{n-1}, \quad (1.9)$$

où  $\kappa_{i,r}$ , exprimé en Hz/torr est le coefficient de déplacement des transitions optiques à la température de référence  $T_r$ .  $T_m$  est la température de mesure, exprimée en kelvins.  $n$  décrit la dépendance de  $\kappa_{i,r}$  à la température et a été mesurée dans [29].

La cellule utilisée dans la suite de ce manuscrit sera utilisée à  $29^\circ\text{C}$  et est remplie de 21 torr de gaz tampon à  $0^\circ\text{C}$ , dont 13.0 torr d'azote et 7.9 torr d'argon. Le déplacement de la transition D1 est alors de  $-158.3 \pm 1.4$  MHz. La barre d'erreur est calculée en tenant

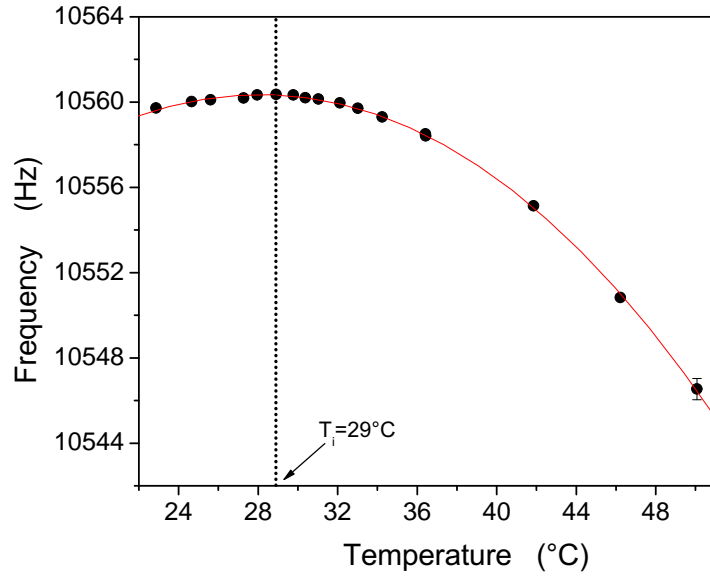


FIGURE 1.12: Dépendance thermique de la fréquence d'horloge par rapport à la fréquence non-perturbée. Mélange  $\text{Ar}/\text{N}_2$ ,  $r_{\text{Ar}/\text{N}_2} = 0.600 \pm 0.003$   $P_{\text{TOT}} = 21.5$  torr. Noir : mesure. Rouge : calcul à partir de la relation développée dans [27], avec la pression d'Azote et le rapport des pressions partielles  $r$  comme paramètres libres.

compte des incertitudes sur les mesures des coefficients  $\kappa_{i,r}$ , ainsi que sur la mesure de pression. L'incertitude sur la mesure du  $n$  dont l'effet est minime, est négligée.

### 1.6.2 Blindage thermique et magnétique

Le bon contrôle de l'environnement thermique et magnétique de la cellule est un paramètre clé pour notre horloge atomique. En effet, l'immersion de notre cellule de Cs dans une enceinte à 29°C permet de maximiser le signal atomique [35][27]. Le contrôle de la stabilité de température à 1 mK couplé à une composition appropriée de gaz tampon permet de rejeter la contribution de la sensibilité thermique du déplacement collisionnel sous  $5.4 \times 10^{-15}$  [27]. Le champ magnétique permet quant à lui de lever la dégénérescence Zeeman. Les transitions Zeeman possédant une dépendance magnétique du 1<sup>er</sup> ordre sont alors séparées de la transition d'horloge. Celle-ci ne possède en effet, qu'une dépendance quadratique. Une telle dépendance, combinée avec une stabilité relative de champ magnétique de  $10^{-6}$  sur  $10^4$  s permet de n'être limité qu'à quelques  $10^{-15}$  sur la stabilité de la fréquence relative d'horloge. Nous présentons ci-après les montages expérimentaux permettant le contrôle et la stabilité du champ magnétique ainsi que le contrôle de la température de la cellule.

### Contrôle de la température

La cellule est placée dans un four. Celui-ci est constitué d'une enceinte et d'un berceau en cuivre, voir photo 1.13. Un fil chauffant est disposé en lacets dans le sens de la longueur sur l'enceinte de manière à ne générer que le moins de boucles de courant possible, celles-ci pouvant perturber le champ magnétique. Le fil chauffant est un fil coaxial, qui permet également de diminuer le champ induit par le passage du courant de chauffe dans le fil résistif. Le contrôle et le signal d'asservissement de la température sont récupérés grâce à deux thermistances amagnétiques. L'asservissement est un proportionnel intégrateur et permet de stabiliser la température à mieux que le mK pour  $10^4$  s d'intégration.

### Champ magnétique statique

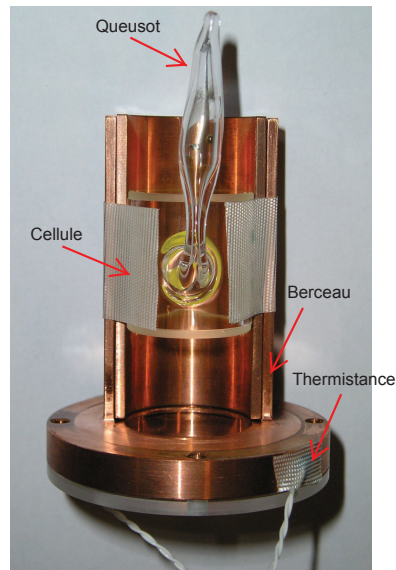
Un champ magnétique statique est appliqué grâce à un solénoïde, enroulé sur un cylindre de dural, dans lequel est placé le four et la cellule. L'enroulement est composé de 37 spires enroulées dans un sens du cylindre et inclinées d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe de ce cylindre, et de 37 spires enroulées dans l'autre sens et inclinées de  $-\alpha$ . Les fils d'arrivée et de sortie du courant peuvent ainsi être torsadés et les champs magnétiques perturbatifs associés minimisés. Un champ axial de 8 G/A est obtenu. Les perturbations liées à l'environnement magnétique sont atténuées d'un facteur  $10^4$  grâce à deux blindages magnétiques en mu-métal. Le champ résiduel obtenu est de  $0,125 \pm 0,025$  mG et le gradient de 2,5 mG sur toute la longueur de la cellule. La stabilité de ce champ a été mesurée sur une transition atomique extrêmement sensible et montre une fluctuation relative inférieure à  $10^{-6}$  pour un temps d'intégration de  $10^4$  s, voir figure 5.15.

## 1.7 Banc optique et lasers

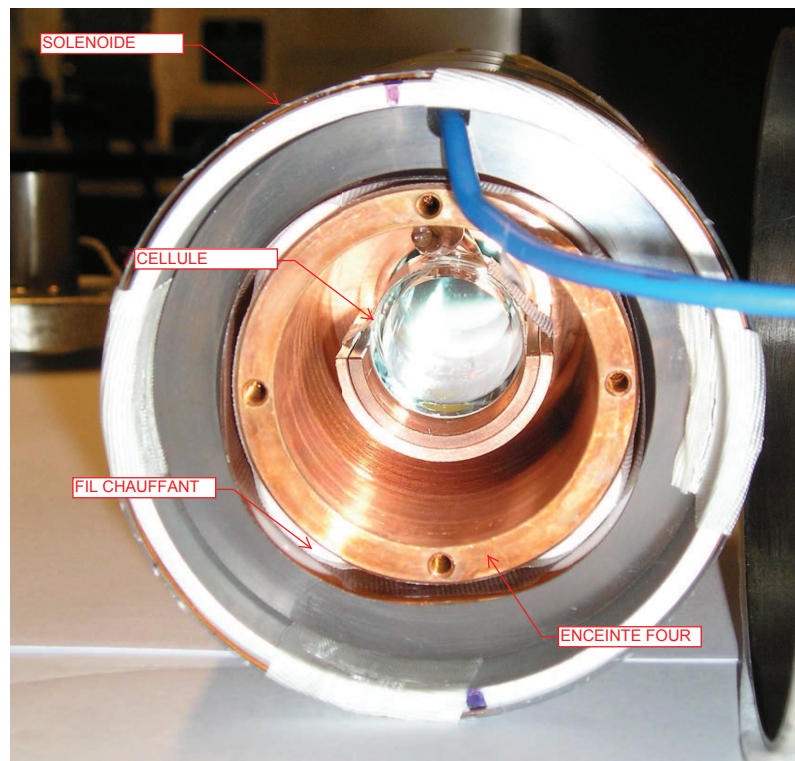
Les fonctions principales du montage optique sont dessinées sur le schéma de la figure 1.14 et seront détaillées une à une dans la section suivante. Les systèmes de génération et de contrôle des fréquences optiques seront tout d'abord exposés puis l'asservissement de puissance en mode impulsionnel sera présenté ainsi que le dispositif de génération des impulsions lasers.

### 1.7.1 Génération des fréquences optiques

Les sources laser sont des diodes laser mono-modes commerciales Sacher Lasertechnik. Afin d'en affiner la largeur spectrale, ces diodes sont traitées anti-reflet puis montées sur un montage appelé laser en cavité étendue [36], voir le schéma 1.15. La cavité de l'amplification laser est étendue de la face arrière de la diode jusqu'au miroir de sortie.



(a) Photo du berceau soutenant le cellule.



(b) Photos du four dans lequel la cellule de césium est placée.

FIGURE 1.13: Photos du résonateur atomique

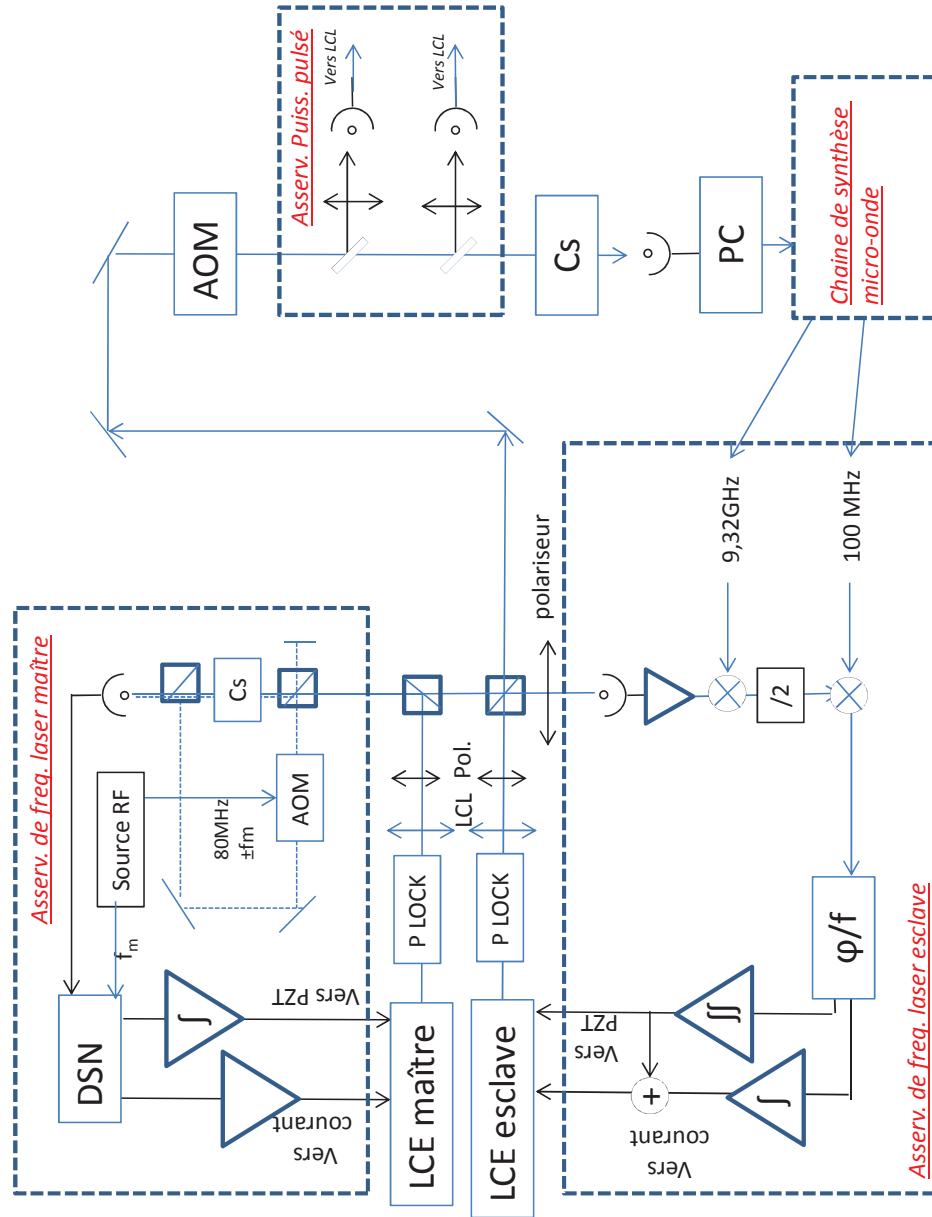


FIGURE 1.14: Schéma de principe du montage optique. DSN : détection synchrone numérique. AOM : modulateur acousto-optique. LCE : laser en cavité étendue. P lock : asservissement rapide de la puissance laser. Asserv Puiss Pulsé : Asservissement de puissance en mode impulsionnel. La mesure de l'intensité est réalisée en impulsionnel sur des photodiodes puis intégrée par l'ordinateur avant de rétro-agir sur la tension de lames à cristaux liquides (LCL).  $\phi/f$  est un comparateur phase/fréquence 100 MHz.

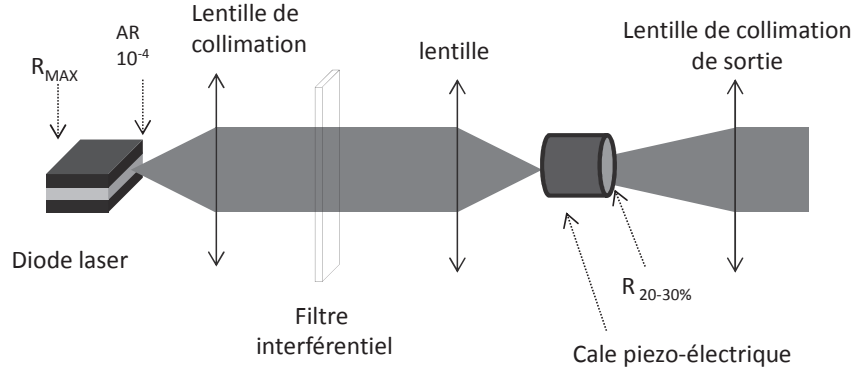


FIGURE 1.15: Schéma de principe d'un laser en cavité étendue (LCE).  $R$  et  $R_{max}$  sont les miroirs formant la cavité. La face de la diode orientée vers l'intérieur de la cavité est traitée anti-reflet à  $10^{-4}$ .

Le gain sur la largeur de raie est calculé à l'aide de la formule de Schalow-Townes [37] :

$$\Delta\nu_{LCE} = \left( \frac{n l_d}{l_{LCE}} \right)^2, \quad (1.10)$$

où  $n$  est l'indice de propagation dans la diode de longueur  $l_d$ , et  $l_{LCE}$  est la longueur de cavité externe. Si la longueur  $n l_d$  est sub-millimétrique et que  $l_{LCE} = 6$  cm, le gain sur la largeur est d'environ 1000. La configuration de LCE développée au SYRTE [38] possède une très bonne stabilité grâce à son auto-alignement linéaire fermé par un œil de chat. L'ajout d'un filtre interférentiel permet la sélectivité en fréquence dans une bande de 0.3 nm. La largeur de raie typique de ce type de laser est une centaine de kHz à mi-hauteur.

### 1.7.2 Asservissement de fréquence du laser maître

Un montage de spectroscopie d'absorption saturée par transfert de modulation [39] permet de générer le signal d'asservissement de notre laser. Le principe, dont le montage est schématisé sur la figure 1.14, est le suivant : La lumière laser est séparée en deux faisceaux sur un premier cube. L'un, nommé faisceau sonde, est envoyé dans une cellule de césium. L'autre, appelé faisceau pompe, passe dans un modulateur acousto-optique dont la radio-fréquence est modulée à  $f_m$ . Il est ensuite injecté dans la cellule en propagation contra-propagante. Le faisceau sonde est détecté puis démodulé dans une détection synchrone pour générer le signal d'erreur. Le signal de correction rapide appliqué au



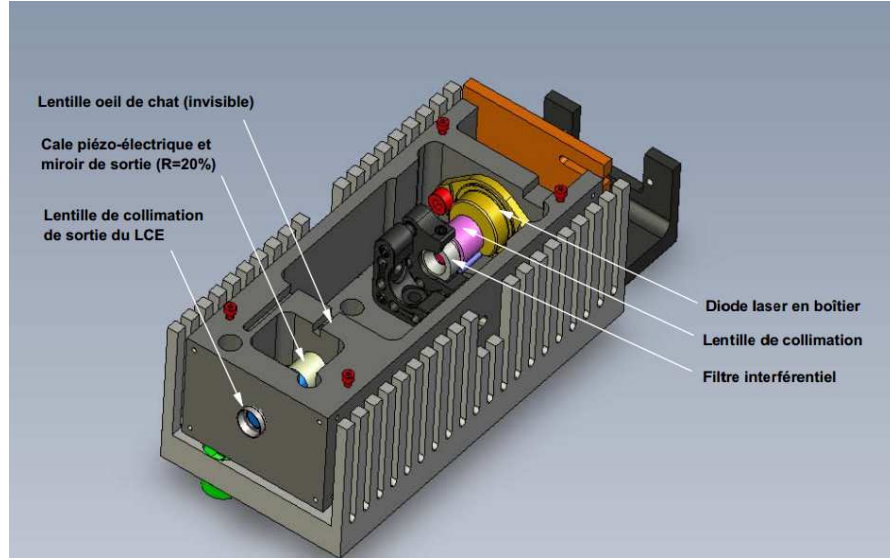
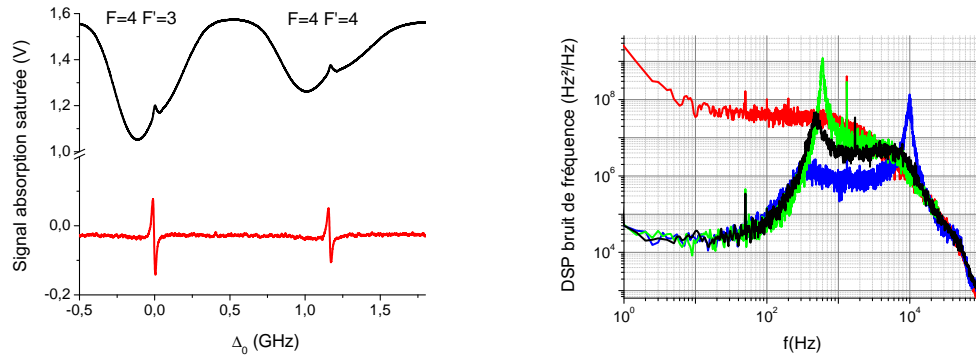


FIGURE 1.16: Dessin CAO du montage de laser en cavité étendue. Image fournie par David Holleville

courant de la diode est envoyé via un étage de gain proportionnel et le signal de correction lent passe dans un intégrateur numérique avant d'être envoyé sur la céramique piézo-électrique. Ce type de montage étant standard ([39], [40]), il ne sera pas détaillé ici. L'avantage de moduler la fréquence d'un modulateur acousto-optique plutôt que la diode laser est de s'affranchir de bandes latérales qui pourraient modifier la réponse atomique. Les signaux détectés sur le faisceau sonde ainsi que le signal d'erreur démodulé, sont présentés en figure 1.17(a). L'optimisation des gains proportionnel et intégrateur est présentée en figure 1.17(b). L'étude du bruit de fréquence et sa contribution à la stabilité de la fréquence d'horloge sera présentée dans le chapitre 3.

### 1.7.3 Asservissement de fréquence du laser esclave

L'asservissement de la fréquence du laser esclave est complètement différent du maître. En effet, c'est la fréquence relative du laser esclave par rapport au laser maître qui sera asservie. L'écart souhaité est une fréquence accordable de  $\delta_f$  autour de la fréquence de la transition hyperfine du césium, i.e.  $9.19263177 \pm \delta_f$  GHz. Pour ce faire, la différence de fréquence entre les deux lasers est tout d'abord générée par battement sur une photodiode rapide. Après un étage de filtrage et d'amplification, elle est ensuite comparée avec



(a) Signaux du montage d'absorption saturée en fonction du désaccord optique  $\Delta_0$ . Noir : faisceau sonde. Rouge : signaux d'erreur mesurés en sortie de la détection synchrone lorsque la boucle d'asservissement intégratrice est ouverte.

(b) Densité spectrale de puissance du bruit de fréquence du laser maître. rouge : boucle d'asservissement de l'étage intégrateur ouverte. Pour toutes les autres, cette boucle est fermée. Vert : gain intégrateur trop fort. Bleu : gain proportionnel trop fort. Noir : réglage optimisé pour diminuer le bruit de fréquence.

FIGURE 1.17: Caractérisation des bruits et signaux du montage d'asservissement de fréquence optique par spectroscopie de transfert de modulation.

une fréquence de référence dans un composant appelé comparateur Phase/Fréquence. L'erreur est alors intégrée une première fois puis envoyée sur le courant du laser via un Té de polarisation. Une deuxième intégration permet de générer un signal de correction basse fréquence envoyé à la fois sur le courant et la céramique piézo-électrique. Le schéma de principe est présenté sur la figure 1.14.

Pour compléter cette description générale, notons les quelques éléments techniques suivants :

-Nous utilisons un comparateur phase/fréquence dont la bande passante est inférieure à 400 MHz. Ainsi, la comparaison du battement à 9 GHz n'est donc possible qu'après un étage de conversion basse fréquence. Au lieu de comparer le battement 9.192 avec un autre signal à 9.192, la comparaison est faite avec un signal décalé de 200 MHz, i.e. 9.392 GHz. La composante basse fréquence à 200 MHz est récupérée pour être divisée par deux afin d'être comparée à une référence ultra-stable à 100 MHz dans le composant phase-fréquence.

-Du fait de l'importance des premiers étages de la chaîne de détection micro-onde dans le bilan de bruit total, un soin particulier est apporté à la phase d'amplification en aval de la photo-diode rapide. L'objectif est de bâtir une chaîne de transfert de signaux dont le plancher de bruit ajouté au signal transféré serait inférieur à -120 dBrad<sup>2</sup>/Hz à 9 GHz. Le premier amplificateur a ainsi été choisi pour sa caractéristique ultra-bas bruit (AML 612L2201). Cependant, malgré cette précaution il reste important d'attaquer ce type d'amplificateur avec une puissance raisonnable. En effet, il est montré dans [41] que le

bruit plancher  $S$  d'un amplificateur dépend de la puissance incidente  $P_i$  comme :

$$S = \frac{Fk_B T}{P_i}, \quad (1.11)$$

où  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température en kelvins. Avec  $F=2$  dB, et  $k_B T = -174$  dBm/Hz à  $T=17^\circ\text{C}$ , il faut  $P_i = -53$  dBm pour avoir  $S = -120$  dBrad<sup>2</sup>/Hz.

Une mesure de la qualité de cet asservissement a été réalisée par comparaison avec une source micro-onde indépendante. Une fois la différence de fréquence asservie en utilisant le montage détaillé en figure 1.14, le battement de fréquence est récupéré sur une photodiode rapide indépendante. Les figures 1.18 donnent un aperçu précis du signal généré en présentant les spectres mesurés. Pour un balayage de quelques centaines de MHz, il est possible d'observer les harmoniques issues du dernier étage de comparaison contre la référence à 100 MHz. Elles sont rejetées à 25 dB du signal d'horloge. La bande passante du 1<sup>er</sup> étage d'intégration appliquée au courant de la diode, 2 MHz, est visible sur le graphique 1.18 en bas à gauche. Cette bande passante est suffisante pour rejeter le bruit aux hautes fréquences et obtenir une horloge à  $3.2 \times 10^{-13}$  de stabilité de fréquence. Cependant, nous verrons dans le chapitre 2 que le pic de bruit à 2 MHz contribue à hauteur de  $2.1 \times 10^{-13}$  à la stabilité totale. Plus ce pic serait rejeté à haute fréquence, moins la fréquence d'horloge y serait sensible. Une augmentation de la bande de cet asservissement serait donc souhaitable. Enfin, une mesure avec un balayage de quelques centaines de kilohertz montre une atténuation du bruit proche porteuse de 65 dB dans la bande passante de l'asservissement du DRO (bande = 160 kHz, voir aussi figure 1.8). La stabilité de cet asservissement ainsi que le bruit total de la différence de fréquence sont présentés dans la partie 1.7.4 ci-dessous.

#### 1.7.4 Bruit et stabilité de la micro-onde portée optiquement

La stabilité de l'asservissement de la différence de fréquence laser est présentée sur la figure 1.19. Le principe de la mesure est d'envoyer sur un compteur, la fréquence de battement  $\delta_f$  résultant du mélange du 9.2 GHz optique avec un signal de référence à  $9.2 + \delta_f$ . Les deux signaux étant asservis en phase sur une même référence, l'écart type d'Allan du bruit du battement  $\delta_f$  devrait afficher le comportement typique d'un bruit blanc de phase, i.e. une pente en  $\tau^{-1}$  [42]. Comme le montre la courbe noire de la figure 1.19, la mesure présente une pente en  $\tau^{-1/2}$ . Cet effet a été identifié comme provenant de la méthode de mesure. Dans la méthode habituelle les mesures sont intégrées pendant un temps  $\tau_{mes}$  et répétées tous les cycles de durée  $\tau_c = \tau_{mes} + \tau_i$ . L'intervalle  $\tau_i$  avant le début de la mesure suivante est appelé temps mort. Les valeurs de  $\sigma_y(\tau)$  sont calculées pour des temps  $\tau = n\tau_c$ , en mettant bout à bout ces échantillons. Ainsi dès que  $n$  est supérieur

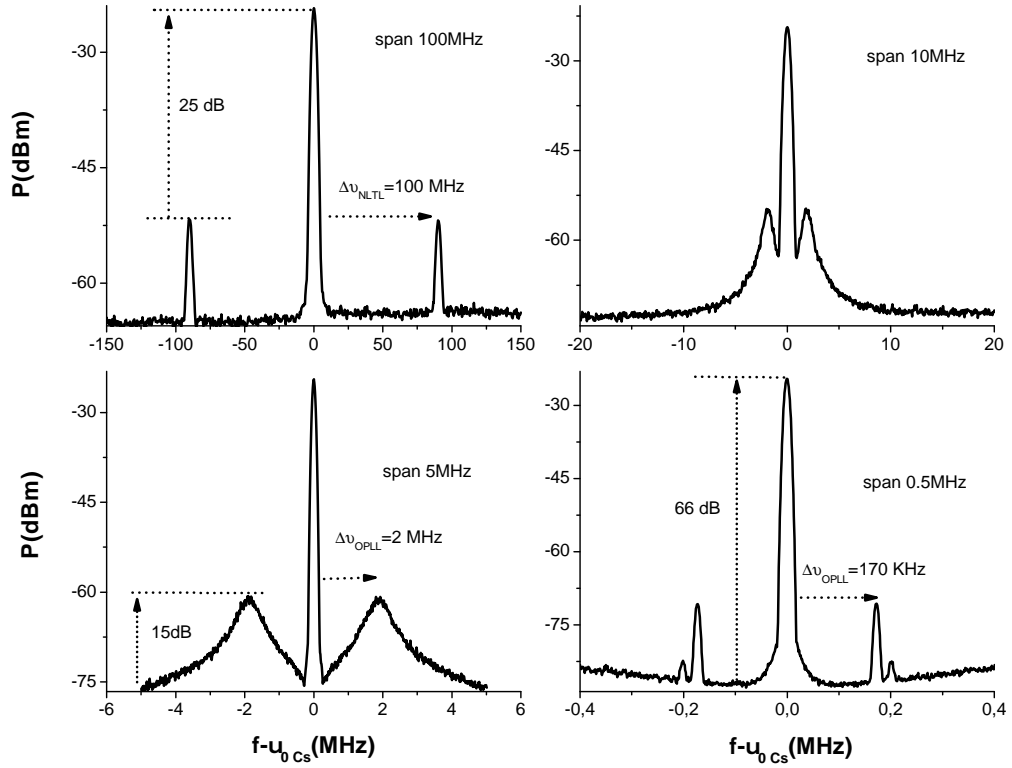


FIGURE 1.18: Spectre du battement optique référencé à la fréquence porteuse  $\nu_0=9.19263177$  GHz. Haut-gauche : Balayage de 100 MHz, les harmoniques résiduelles du battement à 100 MHz sur le phase/fréquence sont atténuées de 25 dB. Haut-droite : balayage de 10 MHz. Bas-gauche : balayage 5 MHz. la bande passante de la boucle à verrouillage de phase (PLL) optique est visible à 2 MHz. Bas-Droite : balayage de 0.5 MHz. La bande d'asservissement de 170 KHz de la PLL du DRO sur la dent à 9.4 GHz du peigne de fréquence est visible.

à 1, le calcul de  $\sigma_y(\tau)$  est réalisé avec des mesures composites qui recomposent le signal à partir de  $n$  échantillons, chacun séparé des autres par un temps mort  $\tau_i$ . Nous avons observé que  $\sigma_y(\tau_{mes})$  évolue comme  $\tau_{mes}^{-1}$  et que  $\sigma_y(\tau)$  évolue comme  $\tau^{-1/2}$ , voir la figure 1.19. Cette dernière pente a été observée pour les différents rapports  $\tau_{mes}/\tau_c = 0.5\%$  et  $50\%$ . Pour conclure, il semble donc que le calcul d'écart type  $\sigma_y(\tau_{mes})$  à partir de mesures discontinues n'altère pas la mesure. En revanche, le calcul d'un écart type à partir de séquences composites résultant de la concaténation de mesure discontinues  $\sigma_y(\tau_{n\tau_c})$ , transforme un bruit blanc de phase en bruit blanc de fréquence.

Le bruit de phase total du signal à 9.192 GHz porté optiquement est présenté en figure 1.20. L'asymptote rouge représente la contribution de l'oscillateur à Quartz ULN 100 MHz. Elle apparaît au delà de la bande de coupure de la boucle à verrouillage de phase (PLL) de l'ULN sur le signal de référence du laboratoire. Ce comportement en  $f^{-3}$  reste dominant jusqu'au plancher de bruit blanc de phase issu de l'asservissement de

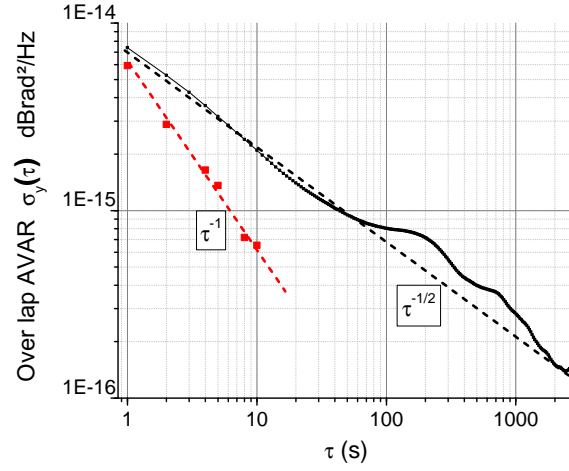


FIGURE 1.19: Stabilité de fréquence du battement à 120 KHz entre le battement optique à 9.192 GHz + 120 KHz et la référence à 9.192 GHz. Ligne noire : Mesure avec un compteur avec temps mort. Points rouges : Mesures sans temps morts. Lignes pointillées noire et rouge : asymptotes respectivement en  $\tau^{-1/2}$  et  $\tau^{-1}$

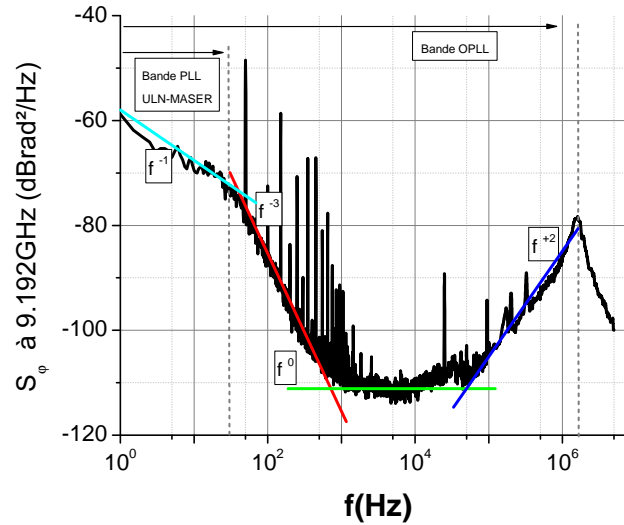


FIGURE 1.20: Densité spectrale de puissance de bruit de phase du battement optique à 9.192 GHz. Noir : mesures. Lignes : comportement asymptotiques. Turquoise : comportement asymptotique du bruit relatif des deux oscillateurs à quartz 100 MHz, asservies en phase sur la référence Maser, leurs pentes en  $f^{-3}$  lorsqu'ils sont libres (rouge) devient  $f^{-1}$  en raison de l'asservissement intégrateur qui pondère en  $f^2$  dans la bande d'asservissement. Rouge : comportement typique en  $f^{-3}$  de l'oscillateur à quartz 100 MHz. Vert : plancher de bruit blanc de phase issu de l'asservissement du DRO sur l'harmonique à 9.4 GHz du peigne de fréquence micro-onde. Bleu : comportement en  $f^2$ . Le bruit mesuré pour les fréquences inférieures à la bande de l'asservissement de l'oscillateur à quartz 100 MHz sur la référence Maser est relatif et ne représente donc pas le bruit absolu à 9.192 GHz porté optiquement qui sera vu par les atomes.

l'oscillateur à résonateur diélectrique (DRO) sur le peigne micro-onde (NLTL). Au delà de 50 kHz, le bruit de l'asservissement de phase du battement des lasers sur la fréquence du DRO devient dominant. Une asymptote en  $f^2$  s'ajuste bien sur le bruit mesuré jusqu'à 2 MHz, fin de la bande passante de cette dernière boucle d'asservissement.

### 1.7.5 Modulateur acousto-optique : décalage de fréquence et mode impulsionnel

Un modulateur acousto-optique MT200 A0 5-800 est placé en amont de la cellule. Son rôle est double. D'une part il permet de hacher la lumière pour l'interrogation Ramsey. En effet, en envoyant l'ordre diffracté dans la cellule, il suffit de couper la radio-fréquence pour éteindre le faisceau. Ce composant a été choisi pour sa rapidité de front de montée inférieur à la micro-seconde, bien meilleure que les obturateurs mécaniques. Lors des travaux de thèse précédant celui-ci [27], une dépendance thermique de la puissance diffractée a été remarquée. Un asservissement de température composé d'un élément Peltier contrôlé par un PID a donc été installé. D'autre part il permet de compenser le décalage de fréquence optique dû à l'asservissement de fréquence sur l'absorption saturée (-40 MHz) et au gaz tampon (-158 MHz, voir partie 1.6.1)

### 1.7.6 Contrôle des puissances optiques

Afin de compenser d'éventuelles dérives de la puissance laser en sortie du modulateur acousto-optique, un asservissement de puissance fonctionnant en mode impulsionnel a été mis en place. Il consiste à mesurer l'intensité de chaque laser juste avant la cellule, à la comparer à une référence de tension et à rétro-agir en conséquence sur la tension de contrôle d'une lame à cristaux liquides (LCL) placée juste avant un polariseur, voir figure 1.14. Ce système est piloté numériquement par la carte d'acquisition et peut donc fonctionner en mode impulsionnel. Les corrections sont ajoutées à chaque cycle à l'amplitude de la tension de modulation des LCL. Les performances d'un tel asservissement sont détaillées dans le chapitre stabilité long-terme.

Comme l'asservissement ne génère qu'un signal de correction tous les cycles de durée  $T_c$ , la bande d'asservissement est limitée à  $1/T_c$ , i.e.  $f=160$  Hz dans les conditions de travail de l'horloge. Or, nous montrerons dans le chapitre 3 que la bande de bruit à laquelle est sensible l'horloge est de 40 kHz. Ainsi un système d'asservissement analogique de bande 200 kHz, a également été mis en place. Il est noté "P Lock" sur la figure 1.14. Son principe et les performances obtenues sont détaillées dans la partie 3.2.4 du chapitre 3. A ce jour, les deux asservissements (analogique et numérique) n'ont pas été utilisés simultanément.

### 1.7.7 Polarisation des faisceaux lasers.

Suivant la configuration des polarisations lasers, différentes transitions atomiques sont accessibles. Une description des différentes configurations possibles, des avantages et des inconvénients de chacune, a déjà été donnée dans [27], nous ne rappellerons que les éléments clés dans le paragraphe suivant.

#### Schéma d'excitation en simple $\Lambda$

Ce type de schéma d'excitation doit son nom au dessin des transitions autorisées par la polarisation laser, qui ressemble à la lettre grec  $\Lambda$ , voir figures 1.21. Ce schéma est dit "à fuite". En effet, les cycles successifs de pompage optique vont peupler les niveaux Zeeman non couplés au champs laser (notés \* sur les figures 1.21). Pour la transition d'horloge, cet effet peut être comparé à une fuite qui dépeuple les niveaux de la transition d'horloge ( $m_F = 0 - m_F = 0$ ) et diminue donc le signal. Deux configurations de polarisation laser permettent ce schéma en simple  $\Lambda$  :

Polarisation  $\sigma^+$  (ou  $\sigma^-$ ) : Souvent utilisé dans les horloges miniatures ([43],[44], [45], [46]) ce schéma est utile pour sa simplicité. Il utilise une polarisation dite  $\sigma^+$  ou les deux faisceaux lasers sont polarisés circulairement. Si les polarisations des deux faisceaux sont parallèles en sortie d'une diode laser modulée à la fréquence d'interrogation, il suffit de placer une lame  $\lambda/4$  à  $45^\circ$  pour générer cette polarisation. Les transitions optiques autorisées correspondent à  $\Delta m_F = +1$  et les transitions micro-onde à  $\Delta m_F = 0$ , voir figure 1.21(a). A intensités égales, les fréquences de Rabi des deux transitions à l'origine du piégeage cohérent de population sont égales pour la transition ( $m_F = 0 - m_F = 0$ ).

Polarisation  $\sigma^+\sigma^-$  : Ce schéma d'excitation consiste à éclairer les atomes avec des lasers en polarisations circulaires de sens opposés. Il est obtenu en plaçant une lame  $\lambda/4$  à  $45^\circ$  des deux faisceaux polarisés linéairement et orthogonalement. Il n'y a pas de transition micro-onde ( $m_F = 0 - m_F = 0$ ) autorisée, mais il existe une résonance de fréquence très proche qui est la transition micro-onde ( $F=4, m_F=-1$ )-(F=3,  $m_F=+1$ ). Si la polarisation est  $\sigma^-\sigma^+$ , la transition autorisée est ( $F=3, m_F=-1$ )-(F=4,  $m_F=+1$ ). A intensité égale les fréquences de Rabi des deux transitions sont différentes. Nous verrons dans le chapitre 4 que cette asymétrie des fréquences de Rabi se traduira par une asymétrie de la résonance noire.

#### Schéma d'excitation en double $\Lambda$

De même que pour le simple  $\Lambda$ , le nom double  $\Lambda$  (ou  $\Lambda\Lambda$ ) vient de la forme des transitions autorisées. La première particularité de ce type de schéma d'excitation est de ne pas permettre la fuite d'atomes dans les niveaux Zeeman extrêmes et donc d'augmenter le signal d'horloge. En effet, il est obtenu à partir de deux lasers en polarisation linéaire (parallèles : Lin||Lin ou perpendiculaire : schéma Lin $\perp$ Lin). Comme chaque polarisation

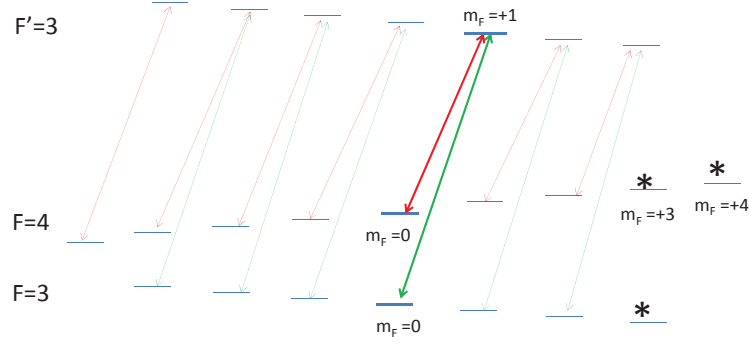
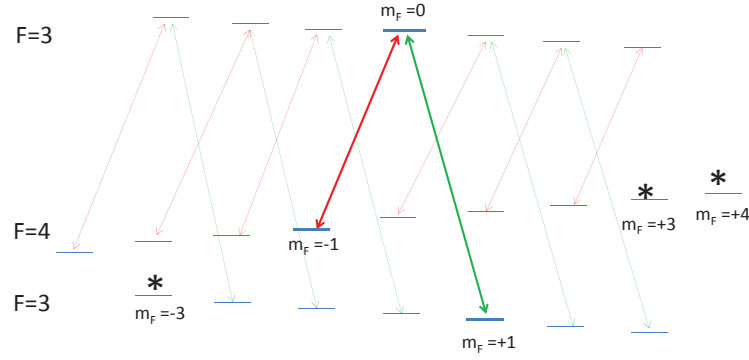
(a) Schéma  $\sigma^+$ .(b) Schéma  $\sigma^+\sigma^-$ .

FIGURE 1.21: Différents schéma d'excitation de la raie CPT. En bleu épais : niveaux prenant part à la superposition d'états pour les transitions micro-ondes faiblement dépendantes du champ magnétique. Vert : transition optique  $F = 3 \rightarrow F' = 3$ . Rouge : transition optique  $F = 4 \rightarrow F' = 3$ . Astérisque : niveaux Zeeman extrêmes piégeant les atomes lors des cycles de pompage optique.

linéaire est décomposable en deux polarisations circulaires de sens opposés ( $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ ), les niveaux Zeeman extrêmes seront toujours couplés à un état excité et ne formeront donc pas d'état fuite, voir figure 1.22(a). La deuxième spécificité de ce type de schéma est de faire cohabiter deux systèmes à trois niveaux de type  $\Lambda$ , noté  $S$  et  $S'$  et correspondant chacun à une polarisation  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ . À chaque  $\Lambda$  correspond un état noir. Il a été montré dans [47] que pour deux faisceaux lasers polarisés linéairement, dont les polarisations forment un angle  $\theta$  entre elles, les états noirs correspondants pour les niveaux d'horloges



de  $m_F = 0$  sont écrits comme :

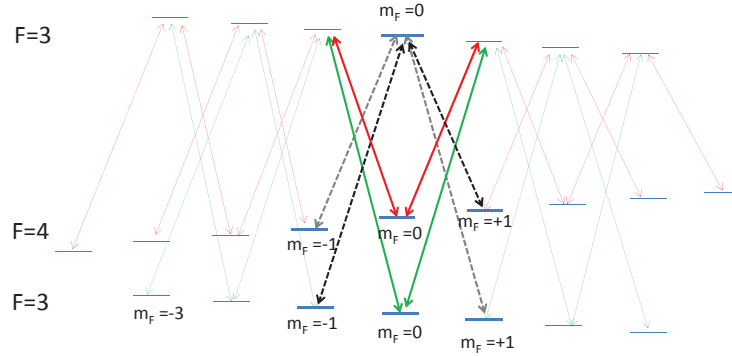
$$\begin{cases} |N_{S'}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}(\Omega_2|1\rangle - \Omega_1 e^{-i\theta}|2\rangle) \\ |N_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}(\Omega_2|1\rangle + \Omega_1 e^{i\theta}|2\rangle), \end{cases} \quad (1.12)$$

où  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  sont les deux états  $|F=3, m_F=0\rangle$  et  $|F=4, m_F=0\rangle$ ,  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont les fréquences de Rabi associées aux lasers 1 et 2. Deux cas sont distinguables : si les polarisations sont orthogonales (Lin $\perp$ Lin),  $\theta = \pi/2 + k\pi$ , les deux états noirs sont identiques, la résonance noire est amplifiée. Si les polarisations sont parallèles (Lin $\parallel$ Lin),  $\theta = 0 + k\pi$ , les états  $|N_S\rangle$  et  $|N_{S'}\rangle$  sont orthogonaux. L'état noir pour le système  $\Lambda$   $S$  est brillant pour le système  $S'$  et inversement. Il n'y aura pas de résonance noire avec les niveaux d'horloge.

Il est important de remarquer que dans le cas de la raie  $D_1$ , les états noirs vis à vis des transitions vers les niveaux excités  $F'=3$  sont aussi noirs vis à vis de l'autre niveau excité  $F'=4$  [47] [48]. Les transitions  $\Delta m = 2$  correspondant à des schémas en simple  $\Lambda$  existent quelle que soit la valeur de  $\theta$ . Il faut noter que, du fait des signes des différents coefficients Clebsch-Gordon impliqués, les états noirs  $\Delta m_F = 2$  vis à vis des transitions vers  $F'=3$  et  $F'=4$  sont orthogonaux. Nous verrons dans la partie 4.3.2 du chapitre 4 que cela conduira à une annulation de la résonance noire lorsque le désaccord optique des lasers vaut la moitié de l'écart hyperfin des niveaux excités.

Polarisation Lin $\parallel$ Lin [49] : Comme présenté sur la figure 1.22(a), ce schéma d'excitation autorise deux type de systèmes  $\Lambda\Lambda$ , tout deux proches de la transition d'horloge. Le premier  $\Lambda\Lambda$  couple les niveaux fondamentaux  $(F=4, m_F=-1) - (F=3, m_F=+1)$  et  $(F=3, m_F=-1) - (F=4, m_F=+1)$  et est dessiné en gris et noir. Leur fréquences micro-ondes sont très proches de la transition ( $m_F=0 - m_F=0$ ). Ce type de transition sera nommé transition  $\Delta m_F = 2$  dans la suite de ce manuscrit. Chaque  $\Lambda$  agit sur des niveaux fondamentaux différents, ce système peut donc être considéré comme deux systèmes simples  $\Lambda$ . En revanche, le deuxième type de système  $\Lambda\Lambda$  couple deux niveaux excités différents sur les mêmes niveaux fondamentaux. Les polarisations étant parallèles en phase ( $\theta = 0$ ), les états noirs créés sur chaque  $\Lambda$  s'annuleront l'un l'autre, voir équation 1.12. Le spectre de résonance noire total n'est donc constitué que de deux résonances noires issues des deux premiers simples  $\Lambda$ , voir 1.22(c). La sensibilité de ces états noirs au champ magnétique est faible, mais comporte tout de même une dépendance linéaire ( $\pm 11.165$  Hz/ $\mu$ T) et quadratique ( $0.04007$  Hz/ $\mu$ T<sup>2</sup>).

Polarisation Lin $\perp$ Lin [15] : Les polarisations circulaires sont en quadrature de phase, i.e.  $\theta = \pi/2$ . Le spectre de résonance noire de ce schéma sera donc similaire au Lin $\parallel$ Lin,



(a) Schéma Lin⊥Lin et Lin||Lin .

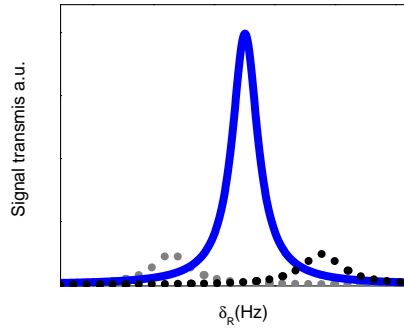
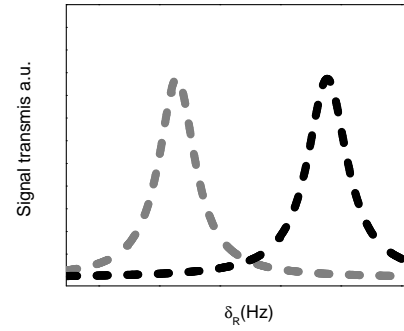
(b) Signal typique avec schéma d'excitation Lin⊥Lin. Gris et Noir : Transition  $\Delta m_F = 2$ . Bleu, transition ( $m_F = 0 - m_F = 0$ ).(c) Signal typique avec schéma d'excitation Lin||Lin. La transition ( $m_F = 0 - m_F = 0$ ) est invisible.

FIGURE 1.22: Schéma d'excitation et raie d'absorption en schéma d'excitation double  $\Lambda$ . Traits épais : transitions permettant la résonance métrologique. Rouge et vert épais : Transition ( $m_F = 0 - m_F = 0$ ). Pointillés noirs et gris : Transition  $\Delta m_F = 2$

avec la résonance ( $F = 4, m_F = 0$ ) – ( $F = 3, m_F = 0$ ) en plus, voir 1.22(b). Pour ces transitions impliquant les états  $|m_F = 0\rangle$ , l'état noir du système  $\Lambda$  en  $\sigma^+$  est identique à l'état noir du  $\Lambda$  en  $\sigma^-$ . La sensibilité de la transition ( $m_F = 0 - m_F = 0$ ) au champ magnétique n'est que quadratique ( $0.0427 \text{ Hz}/\mu\text{T}^2$ ).

## 1.8 Séquence d'interrogation Ramsey et signal atomique

Alternative à l'interrogation continue, la mise en place d'une interrogation impulsionnelle de Ramsey [50] [51] [15] est le résultat d'une optimisation de la capacité de notre horloge à discriminer le bruit de fréquence. Pour ce faire, il faut tendre vers le signal atomique le plus ample possible, mais aussi le plus fin spectralement. Nous expliquerons tout d'abord

comment fonctionne ce type d'interrogation, puis comment elle a été optimisée jusqu'à présent. Nous la comparerons ensuite à l'interrogation continue.

La séquence temporelle du fonctionnement impulsionnel est décrite sur la figure 2.1. Son contrôle est réalisé par ordinateur via un programme Labview. Celui-ci pilote une carte d'acquisition National Instrument dont le pas d'échantillonnage est de  $1 \mu\text{s}$ . Pour la description de cette séquence, nous supposons que la fréquence micro-onde portée optiquement est égale à la fréquence de la transition et qu'il n'y a que la différence de phase des lasers notée  $\Delta\Phi$  (et non pas la fréquence) qui varie. La séquence peut être décomposée en trois parties :

1- Impulsion de pompage : l'allumage des lasers déclenche le pompage des atomes dans l'état noir. La phase  $\Delta\phi = \pi/2$  a été imprimée sur les atomes.

2- Temps de Ramsey : à la fin du pompage, les faisceaux laser sont éteints et les atomes commencent à relaxer. La durée de cette extinction est appelée temps de Ramsey. La différence de phase des lasers subit un saut de  $-\pi/2$ .

3- Détection et pompage de l'état noir suivant : Les lasers sont rallumés. Un court laps de temps noté  $\tau_d$  égal à  $10 \mu\text{s}$  est intercalé avant le début de la détection. Cet intervalle correspond au temps de montée du signal de photodiode. La détection, pendant laquelle le signal est moyenné, dure  $25 \mu\text{s}$ . Elle est destructive au sens où la phase imprimée à la fin du temps de pompage précédent est progressivement effacée par l'impression de la nouvelle phase  $\Delta\phi = 0$ . Les atomes sont alors placés dans un nouvel état noir, prêts pour la séquence d'interrogation suivante.

### Optimisation du discriminateur de fréquence

L'interrogation de Ramsey permet d'obtenir des raies de largeur  $\Delta\nu = 1/(2T_R)$ , qui, à la différence de l'interrogation continue ne s'élargissent pas avec l'intensité. Ainsi, plus l'intensité laser sera forte, plus le signal sera ample sans que la largeur ne varie [52]. De plus, plus  $T_R$  sera grand, plus la raie sera fine, voir figure 1.25(a). Cependant, l'amplitude  $A$  du signal décroît avec  $T_R$ . Selon le critère de maximisation de la pente du discriminateur de fréquence  $P = A/\Delta\nu$ , la meilleure valeur du temps de Ramsey  $T_R$  sera celle qui permettra la raie la plus fine sans trop perdre de signal, voir figure 1.25(b).

### Comparaison des modes d'interrogation continue & Ramsey

Une optimisation similaire (voir figure 4.17 du chapitre 4) est également nécessaire en interrogation continue. En effet, l'amplitude et la largeur de raie augmentent tous deux avec l'intensité laser. Selon les calculs présentés en figure 1.25, le discriminateur de fréquence maximal est obtenu en interrogation de type Ramsey ; c'est pourquoi elle a été implantée sur notre montage. Cependant, la stabilité de la fréquence d'horloge dépend à

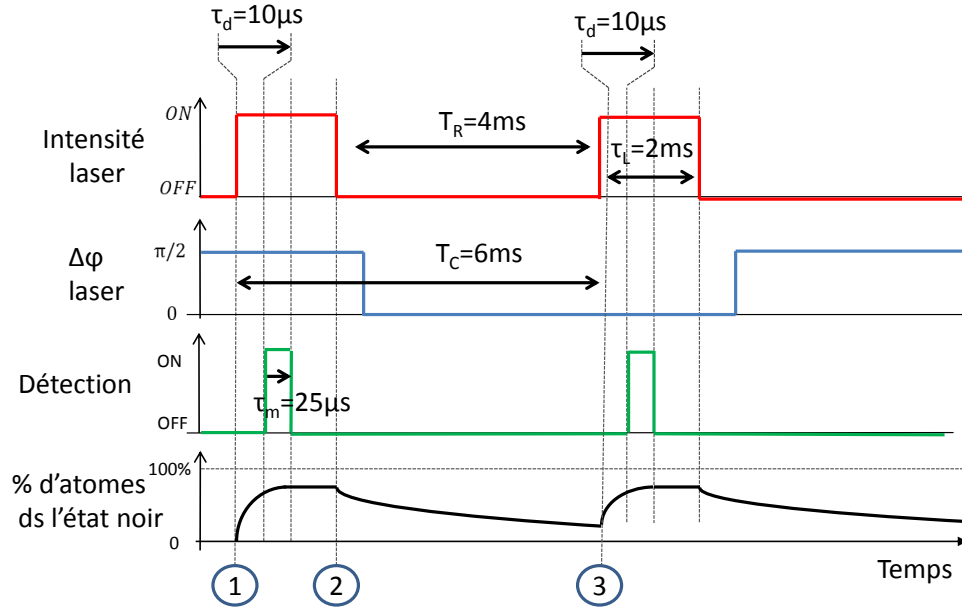
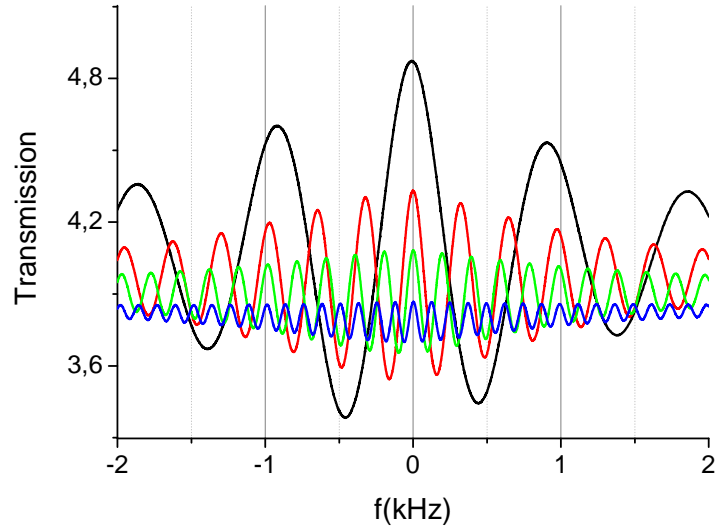


FIGURE 1.23: Chronogramme de la séquence d'interrogation. Rouge : intensité laser. Bleu : phase du battement optique. Vert : détection. Noir : % d'atomes dans l'état noir. Ce nombre ne monte jamais à 100% du fait de la relaxation.

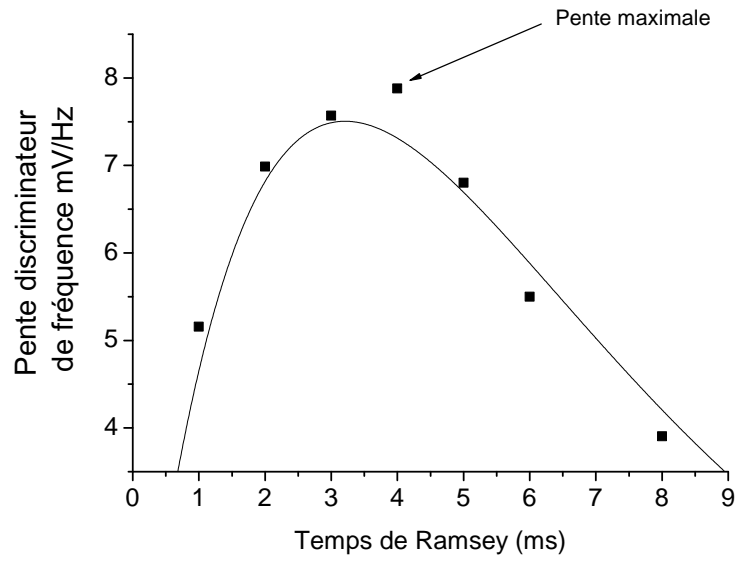
la fois du discriminateur de fréquence mais également du bruit de fréquence. Or, l'interrogation de type Ramsey ajoute un bruit de fréquence via un effet appelé "effet Dick" du nom de son découvreur. Dans la suite de ce chapitre, nous nous attacherons à décrire ce type de bruit dans les horloges CPT et à évaluer son évolution en fonction de la séquence appliquée. Dans le chapitre 3, une optimisation de la stabilité d'horloge totale, comprenant à la fois le discriminateur de fréquence et l'effet Dick, sera proposée.

## 1.9 Asservissement de fréquence de l'oscillateur local sur les atomes

Le principe de la mesure de fréquence de l'oscillateur local par comparaison avec la fréquence atomique est le suivant. En mode impulsif, le balayage de la fréquence de l'oscillateur local induit une oscillation du niveau de transmission appelée frange de Ramsey [50]. La forme de cette frange ainsi que sa dérivée est tracée sur la figure 1.26. Notons que la dérivée est maximum pour les désaccords égaux à la largeur à mi-hauteur

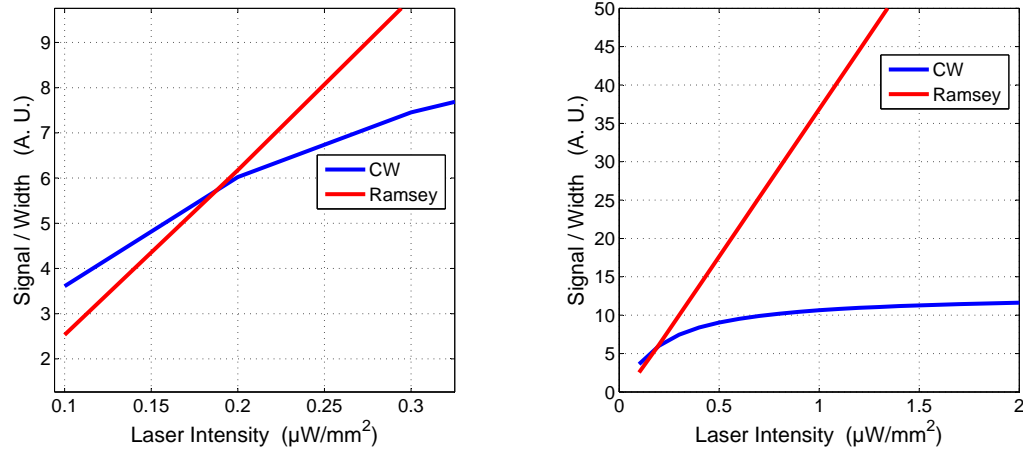


(a) Franges de Ramsey mesurées pour différents temps de Ramsey  $T_R = 1, 3, 5, 8$  ms respectivement en noir, rouge, vert et bleu. L'axe des ordonnées représente la fréquence du désaccord Raman.



(b) Mesure de la pente du discriminateur de fréquence en fonction du temps de Ramsey. Ligne : calcul avec la formule détaillé en partie 3.5.1 du chapitre 3.

FIGURE 1.24: Optimisation du temps de Ramsey par maximisation du discriminateur de fréquence



(a) Zoom autour des faibles intensités. Pour les intensités inférieures à  $0.2 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ , la pente obtenue en mode continu est supérieure à celle du mode Ramsey.

(b) La pente en mode continu sature vers un maximum, alors que la pente en mode impulsionnel augmente linéairement.

FIGURE 1.25: Pente du discriminateur de fréquence calculée en fonction de l'intensité laser. Rouge : mode impulsionnel. Bleu : mode continu. Sauf pour les très basses intensités ( $I=0.2 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ ), le mode Ramsey permet d'obtenir une pente du discriminateur de fréquence plus raide.  $T_R = 4 \text{ ms}$

$\Delta\nu$  de la frange. En appliquant une modulation de fréquence carrée de valeur  $\pm\Delta\nu/2$  à la fréquence de l'oscillateur local, nous pourrions venir tester cette dernière aux fréquences où le niveau transmis est le plus sensible à une fluctuation de fréquence. Le calcul du signal de correction est basé sur une mesure différentielle de niveau  $S_k(f = \pm\Delta\nu/2)$  pondérée par un coefficient positif ou négatif puis intégrée sur l'ensemble des corrections. En modulation de phase, la modulation sera  $\Delta\phi = \pm\pi/2$  et le signal mesuré sera donc  $S_k(\Delta\phi = \pm\pi/2)$ . Le signal de correction est exprimé comme :

$$\delta\nu_k = \delta\nu_{k-1} + G \left[ S_{k+1} \left( -\frac{\pi}{2} \right) - S_k \left( \frac{\pi}{2} \right) \right] (-1)^k \quad (1.13)$$

où  $\delta\nu_k$  est le signal de correction envoyé sur le synthétiseur à 7.4 MHz et G le gain de la boucle d'asservissement. Étant donné que ce même synthétiseur est référencé au signal ultra-stable du laboratoire, le signal de correction est stocké et permettra de calculer la fréquence moyenne et l'écart type d'Allan  $\sigma_y(\tau)$ .

## 1.10 Conclusion

Ce chapitre a tout d'abord exposé les deux concepts transverses à tout ce manuscrit : le fonctionnement d'une horloge atomique et le principe du piégeage cohérent de population. Ensuite, le montage expérimental du prototype d'horloge atomique à piégeage cohérent de

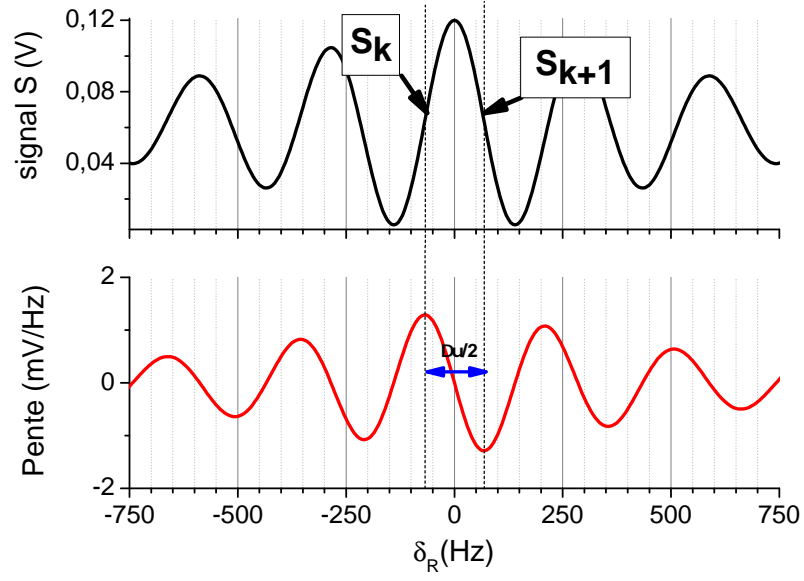


FIGURE 1.26: Noir : mesure des franges de Ramsey. Rouge : dérivée de la frange de Ramsey. Le signal d'erreur est généré à partir de la différence  $S_k - S_{k-1}$ .

population a été longuement détaillé. Les trois blocs fonctionnels clés qui le composent, à savoir : la chaîne de synthèse micro-onde, les faisceaux d'interrogation lasers et le résonateur atomique, ont été présentés. Enfin la séquence de Ramsey qui coordonne le fonctionnement de cet ensemble ainsi que les signaux atomiques qui en résultent ont été exposés.

## Chapitre 2

# Effet Dick dans une horloge atomique à piégeage cohérent de population

### 2.1 Introduction

L'effet Dick, découvert par J.Dick en 1987 [16] décrit la dégradation du bruit d'un oscillateur local lorsqu'il est asservi sur une référence atomique de façon discontinue. Du fait des temps morts  $T_m$  inhérents au mode d'interrogation atomique de type Ramsey, le signal de correction appliqué après chaque cycle (durée  $T_c$ ) de mesure ne correspondra qu'au bruit mesuré dans l'intervalle  $T_c - T_m$ . Ainsi, la correction est incomplète et a pour effet de rajouter du bruit sur l'oscillateur local. Cet effet, appelé effet Dick, est aujourd'hui bien compris dans les étalons de fréquence utilisant un schéma d'interrogation Ramsey classique [53]. Cependant, l'effet Dick n'avait encore jamais été modélisé et mesuré pour un système utilisant le piégeage cohérent de population.

Ce chapitre présente l'étude, à la fois théorique et expérimentale, de l'effet Dick appliqué à une horloge compacte à piégeage cohérent de population fonctionnant en régime impulsionnel [15]. Nous rappellerons tout d'abord la séquence de l'interrogation Ramsey [50] utilisée sur notre prototype. Nous caractériserons ensuite la sensibilité de notre système au bruit de phase de l'oscillateur local par le calcul et la mesure de la fonction de sensibilité  $g(t)$ . Enfin, le potentiel d'une optimisation de la séquence sera évalué avant de conclure sur l'estimation de la contribution de l'effet Dick à l'instabilité de l'horloge.



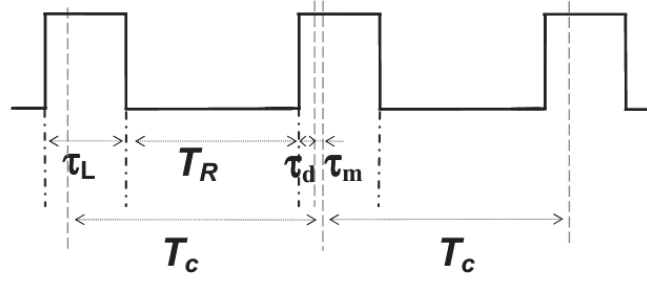


FIGURE 2.1: Séquence temporelle d'interrogation Ramsey de l'horloge atomique à piègeage cohérent de population.  $\tau_L$  est la durée de l'impulsion laser.  $T_R$  est le temps de Ramsey, encore appelé temps d'évolution libre. Le signal est détecté après une courte durée  $\tau_d$  au début de chaque impulsion puis est moyennée pendant une durée  $\tau_m$ . La durée du cycle est  $T_c = \tau_L - (\tau_d + \tau_m) + T_R + \tau_d + \tau_m = \tau_L + T_R$ .

## 2.2 Séquence d'interrogation de type Ramsey

Comme présenté dans la section 1.8 du chapitre 1, la séquence qui optimise la capacité qu'a notre horloge à discriminer le bruit de fréquence est une séquence de Ramsey de temps d'évolution libre  $T_R = 4\text{ms}$ . Cette séquence est illustrée en figure 2.1 et décrite de la manière suivante : pendant une impulsion de pompage de l'état noir de durée  $\tau_L$ , les faisceaux lasers impriment la phase du battement de fréquence des deux lasers d'interrogation sur les atomes. Les lasers sont ensuite éteints pendant une durée  $T_R$  appelée durée d'évolution libre, ou temps de Ramsey. Suite au rallumage des lasers, la détection du signal de transmission est déclenchée après une courte durée  $\tau_d$ , puis est moyennée pendant une durée  $\tau_m$ . Le temps de cycle total est  $T_c = 6\text{ ms}$ .

## 2.3 Fonction de sensibilité

Il a été montré dans [16][54][55][53] que la limitation à la stabilité de fréquence d'un système pulsé due au bruit de l'oscillateur local s'écrivait comme :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{g_m^2}{g_0^2} S_f^y \left( \frac{m}{T_c} \right) \right], \quad (2.1)$$

où  $\sigma_y^2(\tau)$  est la variance d'Allan relative pour un temps de moyennage  $\tau$  et  $S_f^y$  la densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence relative de l'oscillateur local libre à la fréquence de Fourier  $\frac{m}{T_c}$ . La fréquence  $f = 1/T_c$  sera désormais appelée fréquence d'interrogation  $f_i$ . Les paramètres  $g_m^2$  et  $g_0^2$  sont définis par la fonction de sensibilité  $g(t)$ .

$$g_0 = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(\theta) d\theta, \quad (2.2)$$

$$g_m^2 = (g_m^s)^2 + (g_m^c)^2, \quad (2.3)$$

$$\begin{pmatrix} g_m^s \\ g_m^c \end{pmatrix} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} \begin{pmatrix} \sin(2\pi m\theta/T_c) \\ \cos(2\pi m\theta/T_c) \end{pmatrix} g(\theta) d\theta. \quad (2.4)$$

Cette fonction de sensibilité est bien connue pour un système à deux niveaux mais n'avait jamais été évaluée pour un système CPT.

### 2.3.1 Fonction de sensibilité pour un système CPT

La fonction de sensibilité  $g(t)$  modélise la réponse impulsionnelle du système atomique à une variation infinitésimale de la phase de l'oscillateur local :

$$g(t) = \lim_{\Delta\phi \rightarrow 0} \delta S(t, \Delta\phi) / \Delta\phi, \quad (2.5)$$

où  $\delta S(t, \Delta\phi)$  est la fluctuation de signal induite par le saut de phase  $\Delta\phi$  à l'instant  $t$  de la séquence d'interrogation. Pour le piégeage cohérent de population, une telle solution n'est pas connue. La fonction de sensibilité a donc été calculée numériquement à partir du résultat des équations d'évolution de la matrice densité  $\rho$ . Bien qu'un calcul complet devrait prendre en compte l'ensemble des sous niveaux Zeeman, de bons résultats ont pu être obtenus avec un système simplifié à trois niveaux [26].

Nous avons considéré deux niveaux fondamentaux du césium, 1 et 2, séparés de 9.2 GHz, et un niveau excité 3 couplé à 1 et 2 par transitions optiques. Les atomes sont éclairés par un champ bichromatique de phase  $\phi_1$  et  $\phi_2$  et de fréquences angulaires  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , proches des fréquences résonnantes de l'atome  $\omega_{31}$  et  $\omega_{32}$ . Les éléments d'oscillation rapide intervenant dans les équations de Bloch sont retirés en écrivant les éléments de matrice dans le repère tournant [21] :

$$\begin{aligned} \rho_{31} &= \widetilde{\rho}_{31} e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)}, \\ \rho_{32} &= \widetilde{\rho}_{32} e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)}, \\ \rho_{21} &= \widetilde{\rho}_{21} e^{-i((\omega_1 - \omega_2)t + \phi_1 - \phi_2)}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

$\rho_{31}$ ,  $\rho_{32}$ ,  $\rho_{12}$  ( $\widetilde{\rho}_{31}$ ,  $\widetilde{\rho}_{32}$ ,  $\widetilde{\rho}_{21}$ ) sont respectivement les cohérences optiques et hyperfines, écrites dans le repère du laboratoire (tournant). Les équations de mouvement de la matrice densité écrites dans l'approximation de l'onde tournante sont :

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= \Omega_{31} \text{Im}(\widetilde{\rho}_{31}) + \Gamma_{31} \rho_{33} - r(\rho_{11} - \rho_{22}), \\
\dot{\rho}_{22} &= \Omega_{32} \text{Im}(\widetilde{\rho}_{32}) + \Gamma_{32} \rho_{33} - r(\rho_{22} - \rho_{11}), \\
\dot{\rho}_{33} &= \Omega_{31} \text{Im}(\widetilde{\rho}_{13}) + \Omega_{32} \text{Im}(\widetilde{\rho}_{23}) - \Gamma \rho_{33}, \\
\dot{\widetilde{\rho}}_{31} &= i \frac{\Omega_{31}}{2} (\rho_{33} - \rho_{11}) - i \frac{\Omega_{32}}{2} (\widetilde{\rho}_{21}) + [i\Delta_1 - \gamma_{31}] \widetilde{\rho}_{31}, \\
\dot{\widetilde{\rho}}_{32} &= i \frac{\Omega_{32}}{2} (\rho_{33} - \rho_{22}) - i \frac{\Omega_{31}}{2} (\widetilde{\rho}_{12}) + [i\Delta_2 - \gamma_{32}] \widetilde{\rho}_{32}, \\
\dot{\widetilde{\rho}}_{21} &= -i \frac{\Omega_{32}}{2} (\widetilde{\rho}_{31}) + i \frac{\Omega_{31}}{2} (\widetilde{\rho}_{23}) - [i(\Delta_2 - \Delta_1) + \gamma_c] \widetilde{\rho}_{21},
\end{aligned} \tag{2.7}$$

où  $\widetilde{\rho}_{ij} = \widetilde{\rho}_{ji}^*$ ,  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$ ,  $\rho_{33}$  sont les populations des niveaux 1, 2 et 3 respectivement.  $\Omega_{13}$  et  $\Omega_{23}$  sont les fréquences de Rabi caractérisant les couplages atome-champ des transitions 3-1 et 3-2.  $\Gamma$  est le taux de relaxation des populations du niveau 3.  $\Gamma_{31}$  et  $\Gamma_{32}$  sont les taux de relaxation de 3 vers 1 et 2. Ici  $\Gamma = \Gamma_{32} + \Gamma_{31}$  et  $\Gamma_{31} = \Gamma_{32}$ .  $r$  est le taux de relaxation de la différence de population entre les niveaux 1 et 2.  $\gamma_{31}$  et  $\gamma_{32}$  sont les taux de relaxation des cohérences optiques  $\rho_{31}$  et  $\rho_{32}$ .  $\gamma_c$  est le taux de relaxation de la cohérence hyperfine  $\rho_{21}$ .  $\Delta_1$  ( $\Delta_2$ ) est le désaccord du laser, défini comme  $\Delta_1 = \omega_1 - \omega_{31}$  ( $\Delta_2 = \omega_2 - \omega_{32}$ ).

Afin de calculer  $\delta S(t, \Delta\phi)$ , l'équation (2.7) est intégrée numériquement sur toute la durée de l'impulsion de pompage, du temps d'évolution libre ainsi que pendant l'impulsion de détection. Un saut  $\Delta\phi$  sur l'écart de phase  $\phi$  entre les deux lasers est appliqué à un instant  $t$  de cette séquence. Le signal détecté correspond à l'intensité transmise et est proportionnel à  $-\Omega_{32} \text{Im}(\widetilde{\rho}_{32}) - \Omega_{31} \text{Im}(\widetilde{\rho}_{31})$ . Le coefficient de proportionnalité n'est pas significatif pour le calcul de  $\sigma_y^2(\tau)$  car il est commun au numérateur et au dénominateur de  $\frac{g_m^2}{g_0^2}$ , voir équation (2.1). La figure 2.2 présente la fonction de sensibilité, normalisée à son maximum et calculée avec les valeurs numériques suivantes :  $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \Gamma_{31} = \Gamma_{32} = \Gamma/2 = 1.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ ,  $\gamma_c = 0$ ,  $\Omega_{31} = \Omega_{32} = 2.9 \times 10^6 \text{ rad.s}^{-1}$ .

Jusqu'à l'instant  $t \leq 1.5 \text{ ms}$ , la fonction de sensibilité est inférieure à 0.1. Ce laps de temps est équivalent à un temps mort dans la comparaison fréquence oscillateur local-atome. Dans notre horloge il représente 1/3 du temps de cycle, ce qui donne un rapport cyclique  $\frac{T_R}{T_C}$  de 0.66. Notons que dans une expérience sans temps mort, le rapport cyclique serait de 1 et l'effet Dick serait nul. Ainsi, bien que le temps de préparation de l'état atomique à interroger soit court en comparaison avec une expérience à atomes froids, ce rapport cyclique n'est pas forcément meilleur. A titre de comparaison, les fontaines atomiques qui nécessitent 500 ms de préparation atomique, ont un rapport cyclique de l'ordre de 0.5 car le temps d'évolution libre est de l'ordre de 500 ms.

Une particularité du piégeage cohérent de population est la présence d'une excroissance à la fin de  $g(t)$ . Celle-ci est due à la séquence d'interrogation. En effet, à la différence d'une interrogation Ramsey dans un système à deux niveaux, la deuxième impulsion

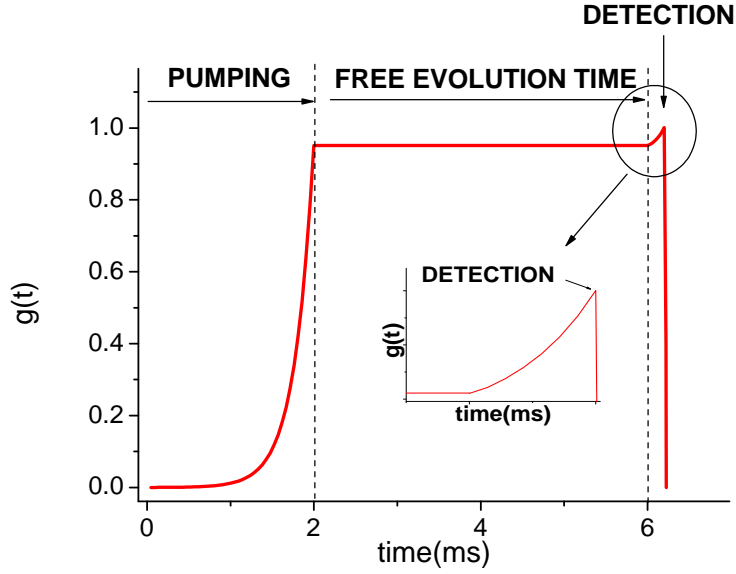


FIGURE 2.2: Fonction de sensibilité pour un système CPT impulsif.  $g(t)$  est normalisée à 1 à son maximum. L'insert est un zoom du comportement de  $g(t)$  pendant l'impulsion de détection.

n'est pas une impulsion  $\pi/2$  qui repeuple un niveau fondamental avant la 3<sup>e</sup> impulsion de détection [56]. Dans le système CPT, la deuxième impulsion sert à la fois de sonde de l'état de phase du système et de pompage de l'état noir pour la séquence suivante. Pour maximiser la sensibilité du système, cette 2<sup>e</sup> impulsion est décalée en phase de  $\pi/2$  par rapport à la 1<sup>ère</sup>. Or, pour des raisons techniques décrites en 1.8, notre séquence prévoit un court laps de temps  $\tau_d$  entre le rallumage des lasers et le début de la détection. Ainsi, il existe un temps  $\tau_d$  qui précède la détection où la sensibilité du signal a un saut de phase est maximum. C'est la raison de cette excroissance sur  $g(t)$ .

Dans le cas où le délai avant détection  $\tau_d$  et la durée de détection  $\tau_m$  sont très inférieurs aux temps d'évolution libre  $T_R$ ,  $g(t)$  est bien approximée en négligeant la bosse pré-détection et en approximant le comportement exponentiel observé pendant la détection par une fonction linéaire :

$$g(t) = \begin{cases} e^{(t-\tau_L)(\gamma_c + \frac{1}{\tau_P})} & \tau_d \leq t \leq \tau_L \\ 1 & \tau_L \leq t \leq \tau_L + T_R + \tau_d \\ 1 - \frac{t - (\tau_L + T_R + \tau_d)}{\tau_m} & \tau_L + T_R + \tau_d \leq t \leq T_C \end{cases} \quad (2.8)$$

avec  $\tau_P = \Gamma^*/\Omega^2$  le temps de pompage,  $\Gamma^*$  le taux de relaxation de la population du niveau excité,  $\Omega^2$  la somme quadratique des fréquences de Rabi des deux transitions.

Cette approximation correspond aux conditions de fonctionnement habituelles de notre horloge et permet une estimation de la contribution de l'effet Dick à l'instabilité totale. L'erreur induite par cette approximation n'excède pas 1% de la valeur par rapport à  $g(t)$  non approximée.

### 2.3.2 Comparaison entre un système CPT et un système à deux niveaux

Une expérience similaire à la nôtre en terme de compacité et de performance est l'expérience POP de l'INRIM où une horloge à Rb pulsée avec pompage optique [56] est étudiée. Une séquence de pompage optique de  $400 \mu\text{s}$  précède l'interrogation composée de deux impulsions micro-ondes  $\frac{\pi}{2}$  de 0.4 ms séparées par un temps d'évolution de 3.3 ms. Une détection optique de  $150 \mu\text{s}$  clôt cette séquence. La figure 2.3 présente les coefficients de Fourier des fonctions de sensibilité de l'horloge CPT, du POP, ainsi que d'une troisième où  $g(t)$  serait une simple fonction fenêtre, voir insert dans la figure 2.3. Aux basses fréquences de Fourier nous pouvons observer une pente commune aux trois courbes en -20 dB/dec. Pour les plus hautes fréquences de Fourier, la différence entre la  $g(t)$ -fenêtre et les  $g(t)$ -horloges vient de la présence ou non d'une pente en -40 dB/dec. Celle-ci est générée par la partie décroissante de  $g(t)$ . L'harmonique  $m$  de la fréquence d'interrogation  $f_i$  où elle apparaît est  $m * f_i = 1/t_d$  ( $t_d$  est la durée de la décroissance de  $g(t)$ ). Ainsi, cette pente n'apparaît pas dans le cas de la fonction fenêtre, et apparaît pour  $m = 3$  et 60 respectivement pour les fonctions de sensibilité du POP et du CPT. Comme le montre l'équation (2.1), le bruit de fréquence de l'OL  $S_f^y$  est pondéré par les coefficients de Fourier de la fonction de sensibilité. Ainsi la fonction de sensibilité ayant la décroissance la plus longue filtrera mieux le bruit de l'oscillateur local pour les fréquences de Fourier les plus hautes. Ceci diminuera donc l'effet Dick et améliorera la stabilité de fréquence de l'horloge. Dans le cas CPT, la durée de décroissance est égale à la durée de détection. Celle-ci étant de  $25 \mu\text{s}$  la pondération en -40 dB/dec ne commencera que vers 40 kHz. La fonction de sensibilité peut alors être comparée à un filtre passe-bas, dont la rupture de pente entre -20 et -40 dB/dec commencerait à  $f = 1/\tau_d$ . Nous présenterons dans la section 2.4.2 l'effet de l'allongement de cette détection sur l'effet Dick.

Pour conclure, notons tout d'abord que notre système CPT fonctionne avec un rapport cyclique de 0.66. Le deuxième point important est la forme de la fonction de sensibilité CPT. Celle-ci est différente de celle d'un système à deux niveaux classique et filtre moins bien le bruit haute fréquence. Ceci est dû à la rupture de pente de pondération -20 - 40dB/dec qui apparaît à la fréquence de Fourier  $f = 1/t_d$ . Cette rupture a lieu vers 2 kHz pour le système à deux niveaux et vers 40 kHz pour le CPT. Enfin, remarquons que la sensibilité de l'horloge au bruit de phase continue d'augmenter pendant la détection. Ceci

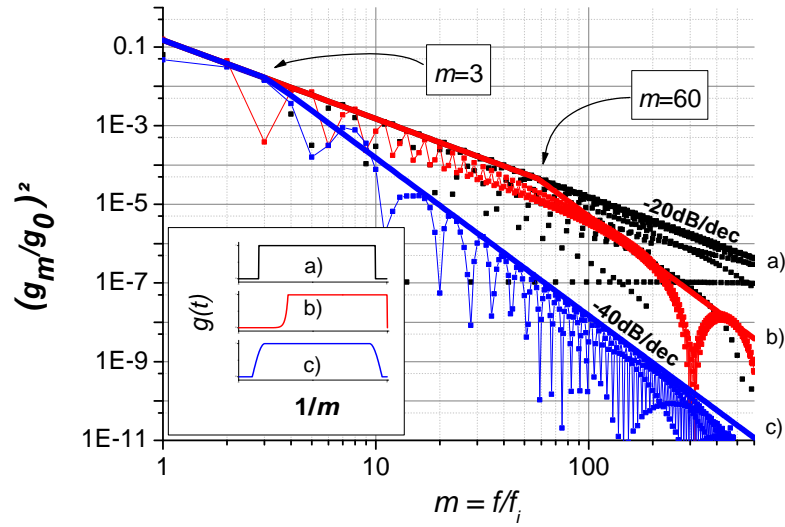


FIGURE 2.3: Coefficients de Fourier de  $g(t)$  pour différentes formes : a) fonction fenêtre, b)  $g(t)$  CPT, c) forme d'un système à deux niveaux. Insert : les formes de  $g(t)$  a, b, c réfèrent aux mêmes cas que pour les coefficients de Fourier

entraîne l'apparition d'une excroissance sur  $g(t)$ . Sous certaines hypothèses raisonnables, celle-ci peut être négligée, et  $g(t)$  peut être approximée par l'équation (2.8).

## 2.4 Mesure de la fonction de sensibilité et étude de l'optimisation de la stabilité de fréquence

Cette section s'attachera tout d'abord à valider le modèle mathématique proposé en section 2.3. Suite aux calculs, certains paramètres ont été identifiés comme pouvant être optimisés. Cette optimisation qui pourrait diminuer l'effet Dick a été testée dans un régime où l'effet Dick est le seul effet limitant la stabilité de fréquence. Les calculs et les mesures sont comparés.

### 2.4.1 Validation du modèle mathématique

Deux types de tests ont permis de valider le modèle mathématique. Le premier a consisté à vérifier la forme de la fonction de sensibilité. Le second a permis de valider l'estimation de la contribution de l'effet Dick à l'instabilité totale. La forme de la fonction de sensibilité est spéciale dans le cas CPT car elle n'est pas maximale pendant le temps d'évolution libre. En effet, entre l'instant d'allumage des lasers pour la seconde impulsion et le début de la détection, quelques  $10 \mu\text{s}$  s'écoulent pendant lesquelles le signal d'horloge est plus

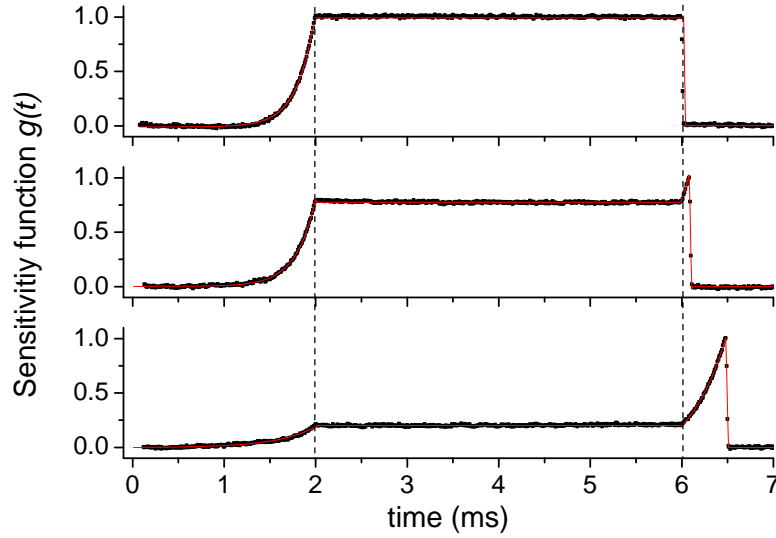


FIGURE 2.4: Mesures (points noirs) et calculs (ligne rouge) de la fonction de sensibilité  $g(t)$  pour différents  $\tau_d$ , de haut en bas  $\tau_d=10, 80, 500 \mu s$ .  $g(t)$  est normalisée à 1 à son maximum

sensible à un saut de phase que pendant le temps de Ramsey. Ce laps de temps  $\tau_d$  est mis en place pour des raisons techniques de temps de réponse de la photodiode de détection. Cette sur-sensibilité pré-détection a été exagérée en augmentant délibérément  $\tau_d$ , voir figure 2.4. D'un point de vue technique, un saut de phase de 157 mrad a été injecté à l'instant  $t$  via un générateur de signaux contrôlé par ordinateur [57]. Cet appareil sera noté DDS dans la suite du manuscrit. La fonction de sensibilité  $g(t)$  est alors déduite de la différence entre le signal avec et sans saut de phase en fonction de  $t$ .

La validation du calcul de la contribution de l'effet Dick à l'instabilité totale est réalisée en injectant différents paliers de bruit blanc de phase dans la chaîne micro-onde. Pour ce faire, un bruit blanc de tension  $\sigma_{blc}$  généré par un générateur de signaux (Agilent 33220A) a tout d'abord été ajouté au signal DDS via un montage amplificateur sommateur. En sortie de son montage, le signal DDS présente à la fois du bruit d'amplitude et du bruit de fréquence. Suite au mélange sur  $M_2$ , le signal de correction  $V_{CORR}$  est généré, lui-même bruité d'une quantité  $\sigma_V$ . Le bruit  $\sigma_V$  est alors appliqué à la tension de contrôle du DRO générant un bruit de fréquence  $\sigma_f$ , voir figure 2.5.

La figure 2.6 présente le bruit de l'ensemble "chaîne de multiplication + boucle à verrouillage de phase optique (OPLL)" mesuré contre une autre chaîne de multiplication ayant le même oscillateur à quartz de référence que le premier ensemble. Le bruit total de la synthèse micro-onde est alors composé du bruit de la référence 100 MHz auquel

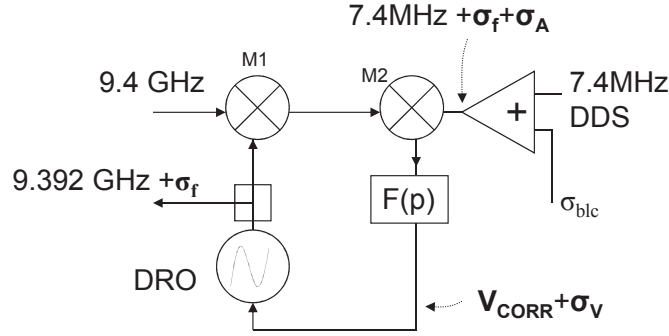


FIGURE 2.5: Schéma du montage permettant l'injection de bruit dans la synthèse micro-onde.

s'ajoute la contribution de l'ensemble bruité, voir équation (2.9) :

$$S_{\phi} = S_{100MHz}(f) - 80f^{-1} + S_{PALIER}f^0. \quad (2.9)$$

La figure 2.6, bas présente la comparaison en très bon accord entre la mesure de l'instabilité de fréquence avec le calcul combinant les équations (2.9) et (2.1). Le palier présent pour les valeurs de plancher de bruit injecté inférieures à  $-102 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$ , correspond au domaine où le bruit injecté ne domine pas encore le bruit de phase dans le calcul de l'effet Dick.

#### 2.4.2 Diminution de l'effet Dick par optimisation de la séquence

Deux axes d'optimisation sont étudiés dans cette partie. L'un consiste à varier le rapport cyclique de la séquence en allongeant le temps d'évolution libre  $T_R$ . L'autre est dédié à l'étude de la détection. L'impact de son allongement, ainsi que la modification de sa forme seront étudiés pour tenter de diminuer l'effet Dick. Lors de telles études, la comparaison entre calculs numériques et expérience n'est pas directe car la variation d'un paramètre comme le temps d'évolution affecte simultanément différentes sources de bruit. En l'occurrence, lorsque  $T_R$  augmente, l'amplitude des franges diminue et le S/B également. Le bruit d'intensité de la source laser peut devenir dominant et masquer une éventuelle diminution de l'effet Dick. Ainsi, pour pouvoir comparer calculs numériques et expérience, un bruit blanc de phase a délibérément été injecté sur le signal micro-onde. Ce niveau a été calibré pour que l'effet Dick domine les autres sources de bruit, y compris pour les valeurs de  $T_R$  ou  $\tau_d$  les plus extrêmes de l'étude.



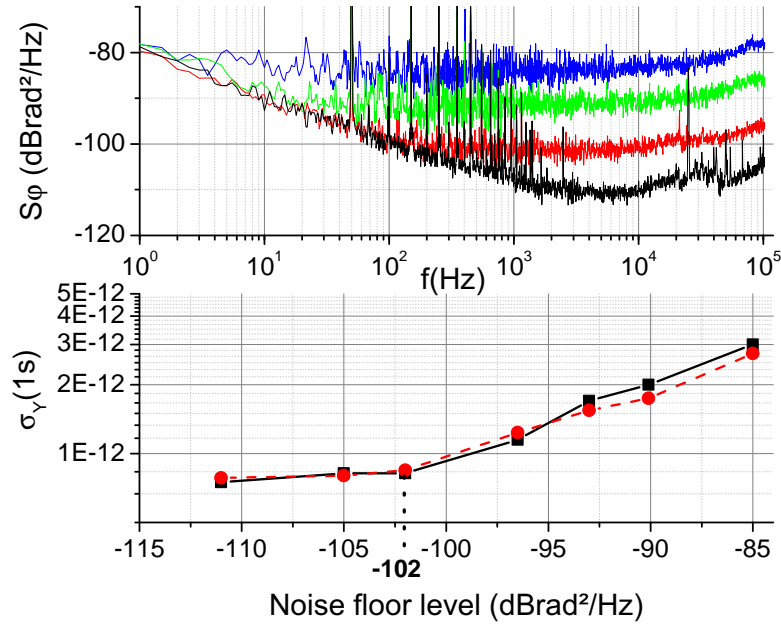


FIGURE 2.6: Haut : densité spectrale de puissance du bruit de phase de l'ensemble chaîne de multiplication + boucle de phase optique, pour différents bruits blancs de phase injectés, de haut en bas : -84, -91, -102 et moins que -111  $\text{dBrad}^2/\text{Hz}$ . Bas : écart type d'Allan à 1 s du bruit relatif de fréquence de l'horloge. Carrés noirs : valeurs calculées à partir des mesures de bruit de phase bruitées. Ronds rouges : valeurs mesurées.

### Optimisation de la détection

La criticité de la durée de détection a été exposée dans la section 2.3.2. La figure 2.7 présente le comportement du point à 1 seconde de l'écart-type relatif d'Allan de la fréquence d'horloge pour différentes durées de détection  $\tau_d$ . Lorsque  $\tau_d$  augmente, une réduction du bruit de fréquence comme  $\tau_d^{-\frac{1}{4}}$  est observée. Nous pouvons parler ici de filtre temporel car l'analogie avec un filtre électronique passe-bas du 2e ordre dont la fréquence de coupure serait  $\frac{1}{\tau_d}$ , permet une compréhension simple. Lorsque  $\tau_d$  augmente, la fréquence de coupure diminue réduisant ainsi la sensibilité de l'horloge au bruit de phase des hautes fréquences de Fourier.

Un second levier permettant de réduire l'effet Dick lorsque la durée de détection est fixe, est de modifier la forme de cette détection. En effet, la transformée de Fourier d'une porte temporelle peut voir l'amplitude de ses bandes latérales varier lorsque son amplitude varie en fonction du temps. La forme blackman [58] [59], dont l'équation est (2.10), produit des bandes latérales d'amplitudes particulièrement faibles comparées à celles de la forme linéaire. Ceci résulte en une asymptote approximant les coefficients de Fourier de  $g(t)$  décroissants en -60  $\text{dBrad}^2/\text{Dec}$  alors que la forme linéaire décroît en -40  $\text{dBrad}^2/\text{Dec}$ . Observons cependant que cette asymptote Blackman démarre pour des harmoniques

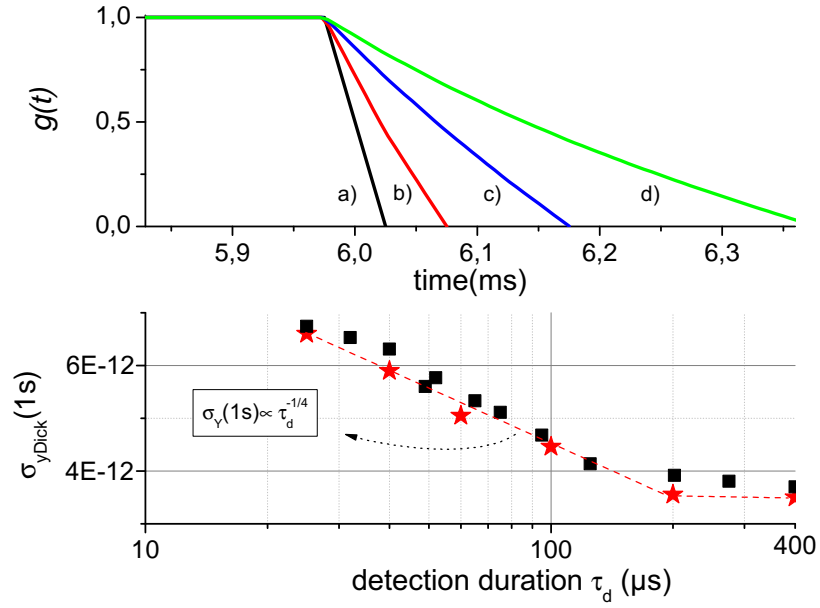


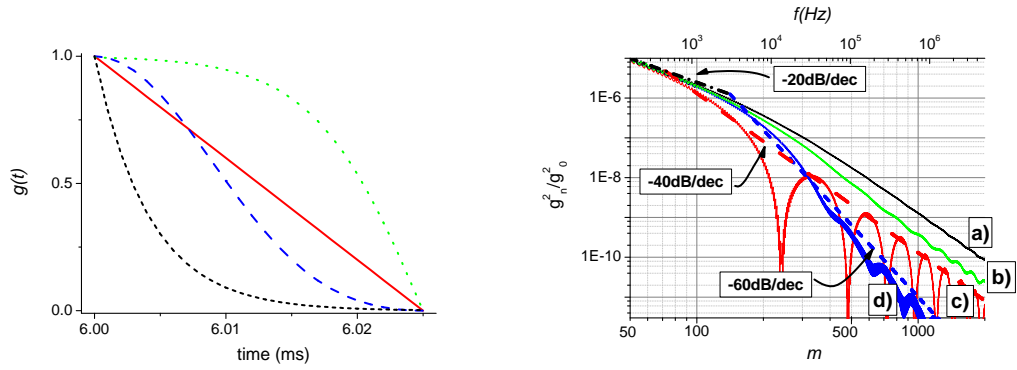
FIGURE 2.7: Haut : zoom sur la fonction de sensibilité calculée pendant la détection, pour différentes durées de détection  $\tau_m=25, 75, 175$  et  $375 \mu s$ , pour respectivement a, b, c et d. Bas : écart type d'Allan du bruit de fréquence relatif à 1 seconde. Carrés : mesures. Étoiles : contribution calculée de l'effet Dick à l'écart type d'Allan du bruit de fréquence relatif.

élevées,  $m=150$ . Ainsi, dans l'hypothèse où la majorité du bruit de phase serait située aux valeurs de  $m \leq 500$ , la forme Blackman permettrait de diminuer la contribution de l'effet Dick en agissant comme un filtre temporel du 3<sup>e</sup> ordre, et de fréquence de coupure  $f_c = 80 kHz$ . Dans notre cas, la bande passante de la boucle de verrouillage de phase optique est de l'ordre de 3 MHz. D'un point de vue d'amélioration d'effet Dick, la forme Blackman  $B(t)$  serait donc intéressante. Ainsi, pour le temps  $t > \tau_L + T_R + \tau_d$ ,  $g(t)$  serait :

$$g(t) = B(t) = A \left( 0.5 \cos \left( 2\pi \frac{t}{\tau_d} \right) + 0.08 \cos \left( 4\pi \frac{t}{\tau_d} \right) + 0.042 \right). \quad (2.10)$$

Différentes techniques peuvent permettre de modeler la fonction de sensibilité pour obtenir la forme voulue. La première d'entre elles est la modulation de l'intensité laser en fonction du temps. Cependant, la détection dont nous disposons possède un temps de réponse relativement proche de la durée totale du modelage désiré, ce qui complexifie la mise en place de cette technique. Nous avons alors choisi une seconde solution qui consiste à venir pondérer le signal détecté  $S(t)$  par une fonction  $p(t)$ , de manière à obtenir une décroissance Blackman sur  $g(t)$ , voir equation (2.11) :

$$g(t)_{BLACKMAN} = S(t) \times p(t). \quad (2.11)$$



(a) Zoom sur différentes formes de la fonction de sensibilité pendant la détection. Vert : tangente hyperbolique, Bleu : blackman, Rouge : linéaire, Noir : exponentielle

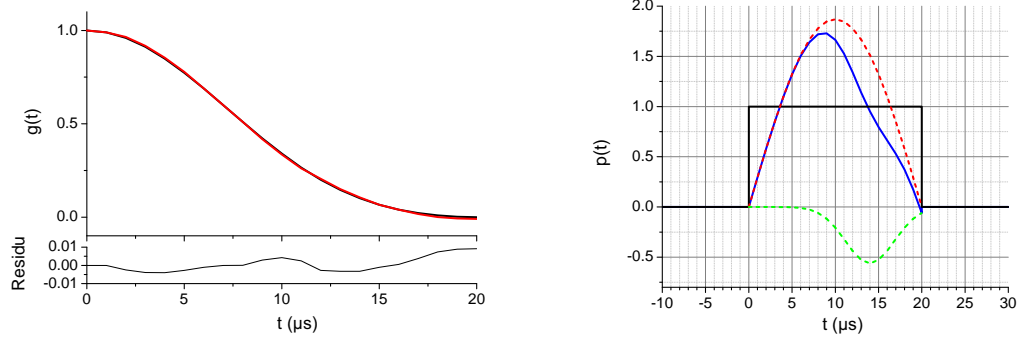
(b) Coefficients de Fourier de  $g(t)$  pour différentes formes de  $g(t)$  pendant la détection. Même couleur que figure 2.8(a). Lignes hachées pointillées noire : courbe asymptotique à basses fréquences de Fourier pour toutes les formes de  $g(t)$ . Lignes pointillées bleue et rouge : asymptote en -60 et -40 dB/dec des formes Blackman et linéaire, respectivement, pour les hautes fréquences de Fourier.

FIGURE 2.8: Influence d'un modelage de la forme de  $g(t)$  pendant la détection

Dans le cas d'un système atomique à deux niveaux, l'équation temporelle du signal est connue. Il est alors possible d'en dériver l'équation analytique de la fonction de sensibilité et déterminer  $p(t)$ . Pour un système CPT, elle n'est pas connue, nous avons donc cherché  $p(t)$  par essais-erreurs successifs. La figure 2.9(b) présente la forme de détection permettant d'obtenir une fonction de sensibilité décroissante avec la forme Blackman. Elle est composée d'une somme d'un cosinus et d'une gaussienne d'amplitude négative. Son amplitude a été ajustée de telle sorte que l'aire de cette fonction de pondération soit égale à l'aire de la fonction carrée. La figure 2.9(a) présente un zoom de  $g(t)$  pendant la détection. Notons l'excellente adéquation entre la forme Blackman théorique (en noir) et la forme calculée numériquement avec modelage de la détection selon la forme présentée en figure 2.9(b), (rouge). La vérification expérimentale du gain apporté par cette méthode n'a pas encore été effectuée.

### Optimisation du temps d'évolution libre $T_R$

La second étape de l'optimisation de la séquence consiste à étudier l'effet de l'allongement du temps d'évolution libre. Les mesures sont réalisées pour différents niveaux de bruit injectés qui correspondent à différents niveaux de bruit de phase : -76 et -104 dB/Hz. Pour les temps  $T_R$  de quelques millisecondes, les mesures se superposent bien avec les calculs, voir figure 2.10. Une évolution du bruit de fréquence  $\propto T_R^{-\frac{1}{2}}$  est observée. Pour  $T_R$  supérieur à quelques millisecondes le pourcentage d'atomes ayant relaxé dépasse 60%, l'amplitude du signal diminue et le budget de bruit de l'horloge devient dominé par la combinaison d'une faible amplitude de signal et du bruit d'intensité du laser. Pour l'injection de bruit de -104 dB/Hz, cette limitation est tracée en bleu, en



(a) Noir : courbe Blackman, Rouge : zoom sur la fonction de sensibilité calculée pendant la détection avec mise en forme de la détection suivant la fonction  $p(t)$ .

(b) Forme de la fenêtre de détection. Noir : fenêtre carrée. Bleu : fonction de pondération donnant  $g(t)$  Blackman, somme d'un cosinus et d'une gaussienne. Rouge : fonction cosinus, Vert : gaussienne.

FIGURE 2.9: Détermination de la fonction de pondération  $p(t)$

excellent accord avec les mesures. **Lorsque la contribution de l'effet Dick domine le budget de bruit total, l'allongement de la durée d'évolution libre permettrait d'améliorer la stabilité d'horloge.**

## 2.5 Budget de bruit associé à l'effet Dick et stabilité de fréquence

La dernière option étudiée permettant de réduire l'effet Dick consiste à diminuer le bruit de phase micro-onde. Les asymptotes caractérisant le bruit de phase micro-onde porté optiquement, et donc vu par les atomes, ont été présentées sur la figure 1.20 du chapitre 1. Après conversion de ces asymptotes en bruit de fréquence relatif, les contributions de chacune à l'effet Dick ont été calculées indépendamment. L'effet Dick total est exprimé comme la somme des contributions de la source 100 MHz, de la chaîne de multiplication (X chain) ainsi que de la boucle à verrouillage de phase optique (OPLL).

$$\sigma_y^2(\tau) = \sigma_{y100MHz}^2(\tau) + \sigma_{yXchain}^2(\tau) + \sigma_{yOPLL}^2(\tau), \quad (2.12)$$

$$\sigma_{yi}^2(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{g_m^2}{g_0^2} S_{iY}^f \left( \frac{m}{T_c} \right) \right] \quad i = 100MHz, Xchain, OPLL. \quad (2.13)$$

### 2.5.1 Optimisation de la source 100 MHz

En préambule de cette partie, précisons que les mesures de stabilités présentées ont été réalisées avec un asservissement de l'intensité laser permettant de rejeter la contribution

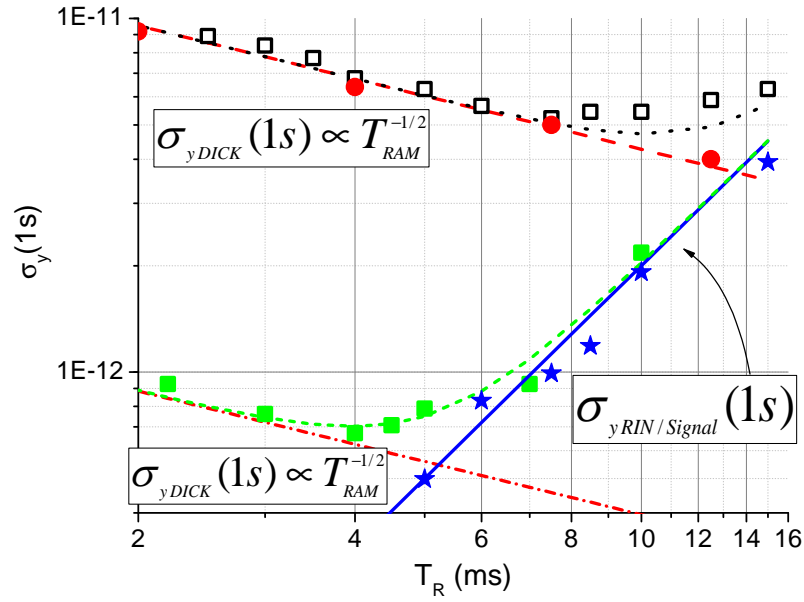


FIGURE 2.10: Écart type d'Allan à 1 seconde de la fréquence relative en fonction du temps d'évolution libre  $T_R$ . Deux valeurs de plancher de bruit sont testées : -76 (courbes du haut et carrés vides) et -104 (courbes du bas et carrés pleins). Carrés : mesures. Points : contribution calculée de l'effet Dick. Vert : courbe de tendance. Rouge : ajustement linéaire sur les points calculés. Étoiles : limitation calculée par le rapport signal à bruit dont le comportement asymptotique est représenté en bleu plein

du bruit d'intensité sous  $2 \times 10^{-13}$ , voir section 3.4.

En utilisant la fonction de sensibilité calculée, une première évaluation de l'effet Dick a permis d'attribuer la majeure partie de la limitation de la stabilité de fréquence au bruit de la source 100 MHz. En effet, l'estimation calculée de  $\sigma_{100MHz}(1s) = 6.4 \times 10^{-13}$  est très proche de la stabilité de fréquence mesurée au niveau de  $7 \times 10^{-13}$ . Cette source 100 MHz est un signal composite référencé au Maser. Le bruit à 1 seconde de ce signal est continuellement comparé à l'oscillateur Cryogénique MOLLY par l'équipe Référence National Temps du SYRTE. Les niveaux de bruit à quelques Hz de la porteuse sont donc excellents. En revanche, le bruit aux fréquences de Fourier autour de 100 Hz ne fait pas l'objet d'une attention particulière et présente une bosse de bruit probablement issue d'une bande passante d'une boucle à verrouillage de phase, voir figure 2.11. Cet excès de bruit est dramatique pour une horloge dont la fréquence d'interrogation  $f_i$  est de l'ordre de 100 Hz (justification en section 3.5. En effet, la pondération la moins forte du bruit de l'OL par la FFT de  $g(t)$  se situe pour les fréquences proches de  $f_i$ . Il a donc été décidé de filtrer ce signal avec un autre oscillateur. La figure 2.11 compare les caractéristiques mesurées du signal 100 MHz d'origine avec un oscillateur Wenzel BlueTop 10 MHz, un oscillateur Rakon 100 MHz et avec le bruit de la chaîne de multiplication +OPLL. Afin de bénéficier des meilleures performances de chaque oscillateur, il est possible d'asservir

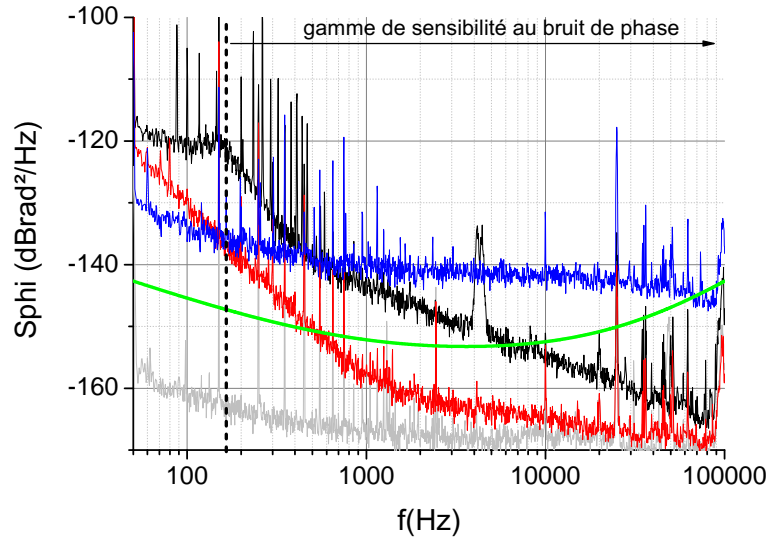


FIGURE 2.11: Densité spectrale de bruit de phase de différentes sources 100MHz. Les mesures de l'oscillateur Rakon ULN 100 MHz et Wenzel BlueTop 10 MHz sont réalisées contre des sources identiques nommées Rakon ULN 2 et Wenzel BlueTop 2. Noir : signal Maser+Quartz de filtrage VS Rakon ULN 1, Rouge : mesure à 100 MHz RakonULN 1 VS RakonULN 2. Bleu : mesure à 10 MHz de Wenzel BlueTop 1 VS Wenzel BlueTop 2 ramené par calcul à 100 MHz. Vert : comportement asymptotique du bruit de la chaîne de multiplication + OPLL. Gris : bruit du système de mesure PD121+Amplificateur

l'oscillateur Rakon en phase sur l'oscillateur Wenzel de manière à rester sous  $-130 \text{ dB rad}^2/\text{Hz}$  à 50 Hz de la porteuse. Nous bénéficierons ainsi du très bon bruit plancher du Rakon. Cependant, les deux courbes se croisent exactement à  $f = f_i$ . Ceci conduirait à placer la fréquence de coupure du verrouillage de phase de l'un sur l'autre à  $f_c = f_i$ . Or, c'est à cet endroit que le bruit a le plus d'impact sur l'effet Dick. Ainsi, afin d'éviter cet excès de bruit nous avons simplement utilisé l'oscillateur à quartz Rakon 100 MHz. La configuration finale de la source 100 MHz est donc composée d'un oscillateur à quartz Rakon 100 MHz. Celui-ci filtre les composantes aux hautes fréquences d'un signal 100 MHz stabilisé à basse fréquence sur un Maser.

La densité spectrale de bruit relatif total de fréquence est présentée sur la figure 2.12. Ce spectre est séparable en trois zones ayant chacune un bruit dominant. Dans la zone 1, le bruit de l'oscillateur à quartz 100 MHz est dominant et contribue à hauteur de  $1.2 \times 10^{-13}$  à l'effet Dick. Dans la zone 2, dominée par le bruit de la chaîne de multiplication, le bruit en  $f^2$  est pondéré en  $f^{-2}$ . Il continue donc à contribuer à l'effet Dick jusqu'à 30 kHz à hauteur de  $1.2 \times 10^{-13}$ . Dans la zone 3, le bruit ajouté par la boucle à verrouillage de phase optique devient dominant et augmente en  $f^4$ . La pondération en  $f^{-4}$  ne permet donc pas d'écraser ce bruit à l'origine de la contribution à l'effet Dick la plus forte :

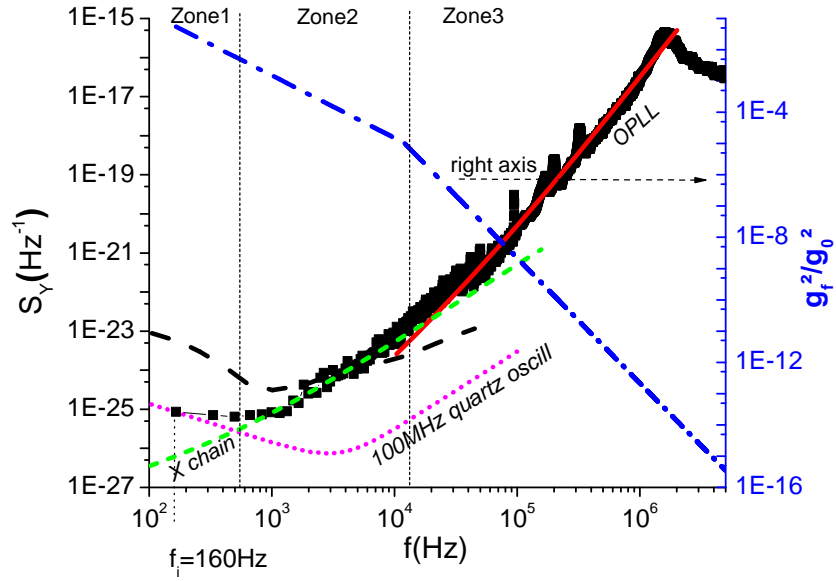


FIGURE 2.12: Axe de gauche : densité spectrale de bruit de fréquence relatif. Les lignes représentent les comportements asymptotiques des différentes contributions. Ligne pointillée noire : contribution de l'oscillateur 100 MHz composite référencé au Maser non filtré par l'oscillateur 100 MHz Rakon ULN. Mauve pointillés : contribution du même signal, une fois filtré par l'oscillateur Rakon ULN 100 MHz. Vert : contribution de la chaîne de multiplication. Rouge : contribution de la boucle à verrouillage de phase. Noir : mesure du bruit total aux harmoniques de la fréquence de modulation  $f_i$  lorsque le filtrage par l'oscillateur Rakon ULN est mis en place. Axe de droite : coefficients de Fourier de  $g(t)$ .

$2.1 \times 10^{-13}$ . Le tableau 2.1 résume les contributions de chaque élément de la chaîne et présente l'estimation totale à  $2.7 \times 10^{-13}$ .

| Composant<br>$i$ | Gamme de freq.<br>$S_{yTOT} = S_{yi}$ | Asymptotes de $S_{yi}$                               | Contribution<br>à l'effet Dick |
|------------------|---------------------------------------|--|--------------------------------|
| 100MHz           | 166Hz-600Hz                           | $1.4 \times 10^{-23} f^{-1} + 3 \times 10^{-34} f^2$ | $1.2 \times 10^{-13}$          |
| X chain          | 600Hz-30kHz                           | $3 \times 10^{-29} f^1 + 4 \times 10^{-32} f^2$      | $1.0 \times 10^{-13}$          |
| OPLL             | 30kHz-5MHz                            | $2 \times 10^{-36} f^3 + 4 \times 10^{-41} f^4$      | $2.1 \times 10^{-13}$          |
| Total            | 166Hz-5MHz                            | $S_{y100MHz} + S_{yX} + S_{yOPLL}$                   | $2.7 \times 10^{-13}$          |

TABLE 2.1: Contributions à l'effet Dick des différents éléments de la chaîne micro-onde une fois mis en place le filtrage par l'oscillateur à quartz Rakon ULN 100 MHz.

### 2.5.2 Stabilité de fréquence

Suite à l'installation de la nouvelle source 100 MHz, la stabilité de fréquence a été améliorée de  $7 \times 10^{-13}$  à  $3.2 \times 10^{-13}$ , juste au-dessus de l'estimation de l'effet Dick, voir figure 2.13. Les valeurs calculées avec l'ancien et le nouvel oscillateur sont en excellent accord

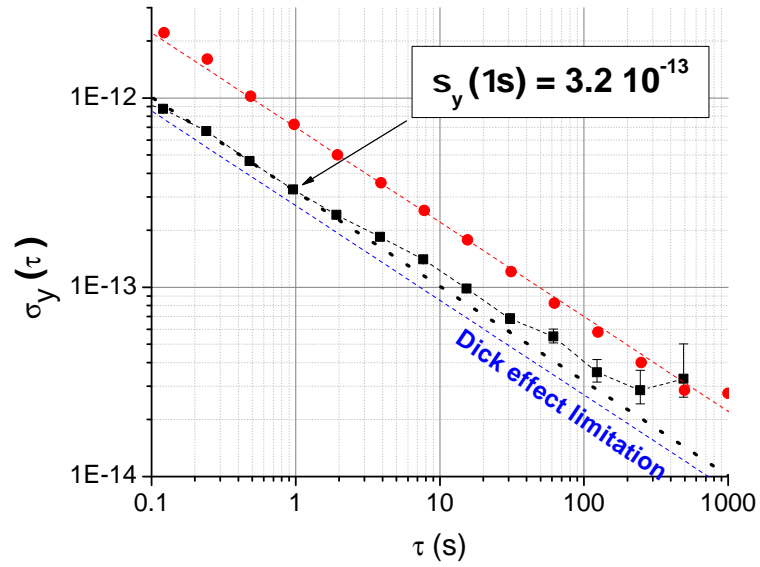


FIGURE 2.13: Ecart type d'Allan du bruit de fréquence relatif. Points rouges : stabilité de fréquence mesurée avant changement de la source 100MHz. Pointillés rouges : contribution calculée de l'effet Dick  $6.4 \times 10^{-13}$ , correspondant aux points rouges. Carrés : stabilité mesurée après installation du quartz 100MHz. Ligne hachurée noire : asymptote de la valeur mesurée,  $3.2 \times 10^{-13}$ . Ligne bleue : contribution calculée de l'effet Dick à  $2.7 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$

avec les valeurs expérimentales. Cette stabilité a été mesurée avec un système d'asservissement des intensités lasers. La contribution du rapport signal à bruit, où le bruit est celui de l'intensité laser, a été estimée à  $1.5 \times 10^{-13}$ . Cette contribution étant très proche de celle de l'effet Dick, les optimisations potentielles détaillées dans la section 2.4.2 ne seront possibles qu'après une étude générale de l'optimisation comprenant à la fois l'effet Dick et le rapport signal à bruit. La partie théorique de cette étude sera détaillée dans le chapitre 3.

### 2.5.3 Calcul de l'effet Dick pour différentes fonctions de sensibilité

Afin de situer l'influence de l'effet Dick dans notre montage par rapport à d'autres fonctions de sensibilité, la contribution à l'effet Dick de chaque élément du système micro-onde a été calculée pour les trois types de fonction de sensibilité présentés en section 2.3.2. La contribution de la boucle à verrouillage de phase optique (OPLL) n'a pas été calculée pour la fonction de sensibilité à deux niveaux car ce système utilise une cavité micro-onde et un seul laser. La limitation considérable due à l'OPLL dans le cas de la fonction fenêtre met en valeur la criticité d'une fonction de sensibilité ayant des bords infiniment raides. En effet, ceci résulte en une forte sensibilité de notre système au bruit des hautes fréquences de Fourier. La comparaison du système CPT et du système



à deux niveaux [56] (POP) montre que le niveau de bruit de la source 100 MHz est converti en effet Dick à un niveau relativement équivalent. Ceci illustre le fait que le bruit aux fréquences de Fourier proche de  $f_i$  impacte pareillement les deux systèmes. En revanche, le bruit de la chaîne de multiplication, dominant aux harmoniques  $m=[3 - 200]$  est converti beaucoup plus faiblement dans le système à deux niveaux. Ceci est dû à la plus longue durée de détection de ce système, voir 2.4.2. Enfin nous avons comparé les contributions de l'effet Dick pour le cas CPT, avec et sans modelage de la détection. Avec un modelage de la détection aboutissant à une fonction de sensibilité  $g(t)$  de forme Blackman durant la détection, la contribution de la boucle à verrouillage de phase optique serait fortement diminuée. La contribution totale de l'effet Dick serait améliorée de 2.7 à  $2 \times 10^{-13}$ .

| <b>Composant du système <math>\mu</math>onde</b> | <b><math>g(t)</math> fenêtre</b> | <b><math>g(t)</math> POP</b> | <b><math>g(t)</math> CPT</b> | <b><math>g(t)</math> CPT Blackman</b> |
|--|----------------------------------|------------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| 100 MHz  | 1.67                             | 0.9                          | 1.2                          | 1.2                                   |
| Chaîne X   | 17.5                             | 0.45                         | 1.0                          | 1.2                                   |
| OPLL   | 875                              | -                            | 2.1                          | 1.1                                   |
| Total  | 875                              | 1.0                          | 2.7                          | 2.0                                   |

TABLE 2.2: Calcul de la contribution de l'effet Dick  $\sigma_{yDick}(1s) \times 10^{13}$  à la stabilité relative de fréquence, pour différentes fonctions de sensibilités.

## 2.6 Conclusion

L'effet Dick dans une horloge CPT a été étudié dans ce chapitre. Une forme originale de la fonction de sensibilité  $y$  est détaillée, et une expression analytique simple  $y$  est proposée de manière à fournir un outil pratique à l'estimation de l'effet Dick dans d'autres expériences. La forme atypique de  $g(t)$  implique une plus forte sensibilité de ce type d'horloge à l'effet Dick que pour une horloge équivalente utilisant un système à deux niveaux. La fonction de sensibilité a été mesurée expérimentalement ; elle est en très bon accord avec celle calculée numériquement. L'estimation de l'effet Dick a également été comparée avec succès aux mesures. La potentialité d'une optimisation de séquence pour diminuer l'effet Dick a été étudiée à travers deux aspects. Le premier a consisté à modifier la séquence de détection, soit en allongeant sa durée soit en pondérant le signal détecté de manière à réaliser un filtre temporel. Une diminution de l'effet Dick comme  $\tau_m^{-\frac{1}{4}}$  a été mise en valeur ainsi qu'une insensibilisation au bruit haute fréquence dans le cas d'un modelage de la fenêtre d'acquisition permettant une détection de forme Blackman. Le second a consisté à augmenter le rapport cyclique en variant le temps d'évolution libre. Là encore, une diminution de l'effet Dick  $\propto T_R^{-\frac{1}{2}}$  est mesurée. La mise en place de telles modifications affectera cependant différentes sources de bruit, voir chapitre 3.

Ainsi avant leur mise en place, une étude incluant notamment le bruit d'intensité laser devra être menée pour choisir de manière la plus judicieuse possible le nouveau point de fonctionnement. Le bruit de la chaîne de fréquence a été étudié et amélioré grâce à l'installation d'un quartz de filtrage. Ceci a permis d'une part de diminuer le bruit total de l'horloge au niveau de  $3.2 \times 10^{-13}$  à 1s et d'autre part de réaliser un budget de bruit décrivant précisément l'origine du bruit micro-onde résiduel. Les performances obtenues sur cette horloge en font la meilleure horloge à piégeage cohérent de population construite à ce jour. Elle se situe au meilleur niveau mondial de l'état de l'art des horloges compactes, [60], [56], [7], [8].

## Chapitre 3

# Stabilité court-terme

### 3.1 Introduction

Suite à l'étude de l'effet Dick, cette section s'attachera à donner un budget de bruit à la stabilité court terme mesurée au niveau de  $3.2 \times 10^{-13}$  à 1 seconde. La contribution du bruit d'intensité au bruit de fréquence micro-onde sera détaillée. Une fois la méthode de calcul présentée, différents moyens de diminuer ce bruit d'intensité dominant seront exposés. Ensuite, les contributions du champ magnétique, du bruit de photon et de fréquence optique seront calculées. Enfin, en utilisant les sensibilités du bruit d'intensité et de l'effet Dick au temps de Ramsey et à la durée de détection, un point de fonctionnement optimisant la stabilité sera proposé.

### 3.2 Bruit d'intensité laser

Cette section a pour but de donner une vue d'ensemble de l'impact du bruit d'intensité laser sur la stabilité de fréquence de l'horloge. La mesure de l'interaction entre le signal atomique et l'intensité laser sera tout d'abord présentée. Le transfert de bruit d'intensité à travers le résonateur atomique sera également mesuré puis la mesure de ce bruit par notre système d'acquisition de données sera détaillée. Enfin nous calculerons la contribution du bruit d'intensité à l'instabilité de l'horloge et exposerons différentes manières de réduire son influence.

#### 3.2.1 Interactions signal-laser

L'effet d'une variation de puissance laser sur le signal CPT impulsif en configuration  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$  est ici décrite par l'observation de quatre paramètres : les niveaux du signal

transmis hors résonance  $V_{HR}$  et à mi-frange  $S$ , l'amplitude des franges  $A$  et enfin le niveau du milieu de la frange par rapport au fond hors résonance, voir figure 3.1. Ce dernier paramètre sera nommé piédestal pour la suite de ce chapitre. Le contraste  $C_{CPT}$ , défini comme le rapport de l'amplitude  $A$  au niveau de transmission à mi-frange  $S$ , est de l'ordre de 10%. Le piédestal est de l'ordre de 5% de  $S$  pour le désaccord Raman  $\delta_R = 0$ . Son évolution en fonction de ce même  $\delta_R$  est assez surprenante. Nous avons pu ajuster sur le piédestal une fonction composée de la somme d'une forme gaussienne et d'une forme lorentzienne. La figure 3.2 présente l'évolution de ce piédestal en fonction de la puissance laser. Celui-ci augmente avec la puissance laser. Une hypothèse expliquant ce comportement serait l'évolution du temps de pompage  $\tau_p$  par rapport à la durée de détection  $\tau_m$  qui elle, reste fixe. En effet, comme expliqué au chapitre 2, l'impulsion de détection sert à la fois à pomper l'état noir du cycle  $n + 1$ , et à détecter celui du cycle  $n$ . Si la durée de détection est petite devant le temps de pompage de l'état noir, alors la détection ne sera sensible qu'à l'état noir créé au cycle  $n$ . En revanche, si la durée de détection devient grande devant le temps de pompage, alors le signal mesuré aura atteint l'état stationnaire, et la forme du signal ne sera plus en forme de frange, mais en forme de lorentzienne comme pour un fonctionnement de l'horloge en mode continu [61]. Il est probable que les courbes présentées en figure 3.2 soient dans un état intermédiaire où le temps de pompage  $\tau_p$  devient du même ordre de grandeur que la durée de détection.

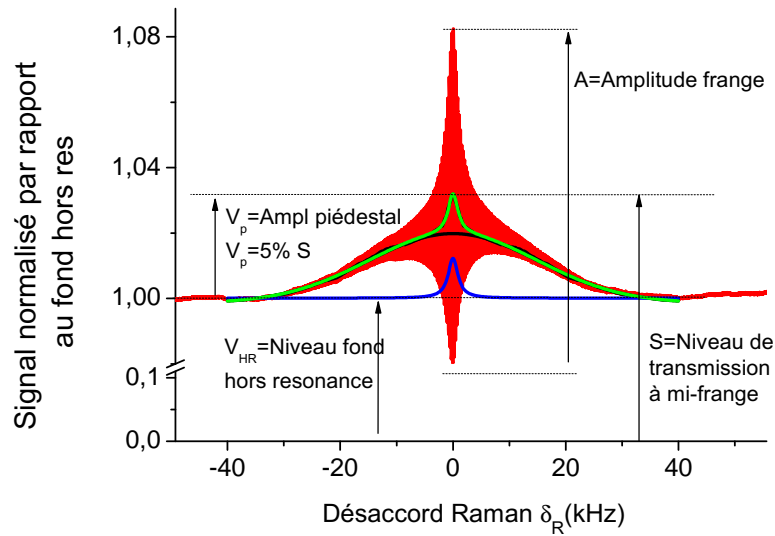


FIGURE 3.1: Illustration des paramètres pris en compte pour caractériser l'effet d'une variation de puissance sur le signal en mode impulsif (frange de Ramsey). Intensités des lasers équilibrées. Valeur de l'intensité  $I_{TOT}=2.7\text{mW}/\text{cm}^2$ . Le signal est normalisé par rapport au niveau du fond hors résonance  $V_{HR}$ . Rouge : franges de Ramsey mesurées. Vert : niveau du milieu de la frange par rapport au fond d'absorption hors résonance. Ce niveau sera noté  $V_p$  et nommé piédestal dans la suite. Noir et bleu : ajustements de la somme d'une forme gaussienne (noir) et d'une forme lorentzienne (bleu) sur la forme du piédestal.

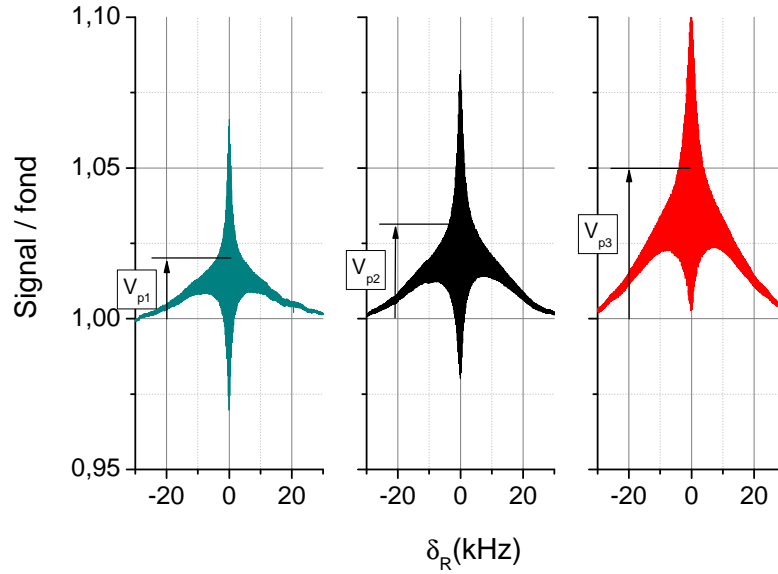


FIGURE 3.2: Mesures des franges de Ramsey pour différentes intensités lasers. Pour les courbes rouge, noire et verte, les intensités sont respectivement  $I_{TOT}=2.7$ ,  $1.57$  et  $1$  mW/cm<sup>2</sup>. De manière à mettre en valeur l'évolution du piédestal, les franges sont normalisées par le niveau hors résonance. Notons que le niveau du piédestal  $V_p$  augmente avec l'intensité.

La réponse de ces quatre paramètres à une augmentation de puissance est linéaire, figure 3.3. Cette linéarité est intéressante car elle signifie que la variation d'intensité relative est conservée lors du passage dans le résonateur atomique. Le tableau 3.1 présente les pentes mesurées sur la figure 3.3. La variation du piédestal contribue à hauteur de 5% au niveau de transmission à mi-frange alors que le niveau du fond y contribue à 95%. **Ainsi c'est l'augmentation du fond hors résonance qui est en majeure partie responsable de l'augmentation du niveau.**

| Paramètre X            | $\partial X / \partial I_{TOT}$ en V/( $\mu$ W/cm <sup>2</sup> ) | % par rapport à $\partial S / \partial I_{TOT}$ |
|------------------------|--|---|
| Niveau à mi-frange S   | 0.555  | -   |
| Niveau hors résonance  | 0.527  | 95  |
| Amplitude du piédestal | 0.028  | 5   |
| Amplitude frange       | 0.055  | 10  |

TABLE 3.1: Mesure des sensibilités en V/( $\mu$ W/cm<sup>2</sup>) à la puissance du signal de résonance. Mode impulsionnel, temps d'évolution libre  $T_R=4$  ms.

La mesure réalisée précédemment est statique au sens où les variations des paramètres sont mesurées à l'état stationnaire. Afin de vérifier si la linéarité montrée précédemment reste vraie pour des perturbations à différentes fréquences, un bruit blanc d'intensité a été injecté sur les faisceaux lasers. Pour ce faire, un bruit blanc de tension a tout d'abord été ajouté sur l'entrée de modulation d'amplitude externe d'un générateur de signaux

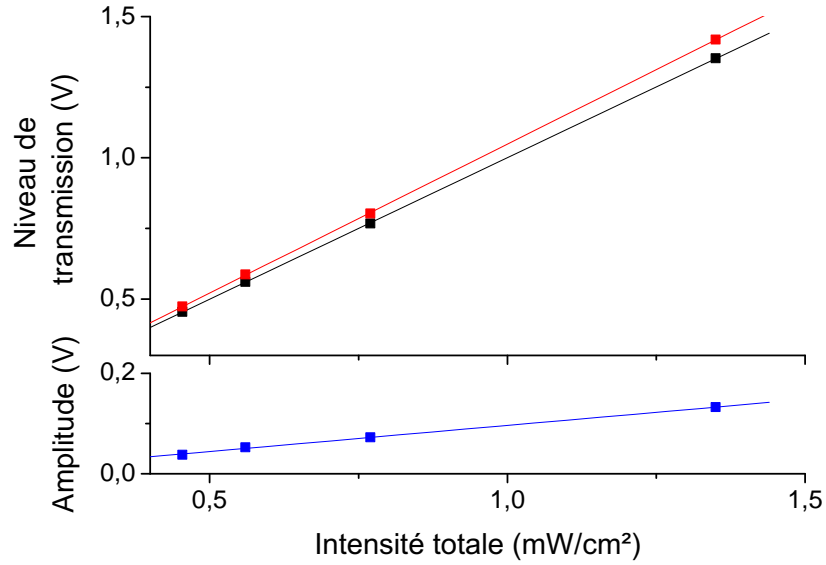


FIGURE 3.3: Évolution de l'amplitude des franges (bleu), du niveau du signal à mi-frange (rouge) ainsi que du niveau du fond (noir) en fonction de la puissance totale, intensités équilibrées. Points : mesure. Lignes : ajustements linéaires.

RF (IFR 2023). Le bruit d'amplitude RF généré est envoyé sur un modulateur acousto-optique placé juste avant la cellule et est donc converti en bruit d'intensité. La densité spectrale de puissance (DSP) de bruit obtenue est présentée en figure 3.4 haut. Afin de reproduire les conditions d'horloge au plus proche, nous avons mesuré le bruit en mode impulsif et à mi-hauteur de la frange avec la séquence d'acquisition de données du fonctionnement horloge ( $25 \mu\text{s}$  de détection toutes les  $6 \text{ ms}$ ). Nous avons comparé ce type de mesure avec et sans résonateur atomique, voir les courbes rouge et noire dans la figure 3.4. Dans la limite de 7 à 8 %, le bruit d'intensité relatif (RIN) est le même, qu'on le mesure avant ou après la cellule. **Nous considérerons donc dans la suite de ce chapitre que le bruit d'intensité relatif est le même avant et après la cellule.**

### 3.2.2 Mesure

Comme présenté dans la partie 1.8, la mesure du signal est réalisée avec une carte d'acquisition dont la fréquence d'échantillonnage est  $1 \text{ MHz}$ . Le signal est moyenné sur une durée  $\tau_m$ . La variance d'un bruit de densité spectrale de puissance  $S$ , mesurée dans une fenêtre temporelle rectangulaire de durée  $\tau_m$  est décrite par l'équation (3.1) et illustrée par la figure 3.5. Le sinus cardinal de l'équation (3.1), qui représente la fonction fenêtre temporelle dans l'espace des fréquences, est tracé (rouge) sur la même abscisse que la DSP du bruit d'intensité. Ce sinus vient pondérer le bruit d'intensité, très peu à basse

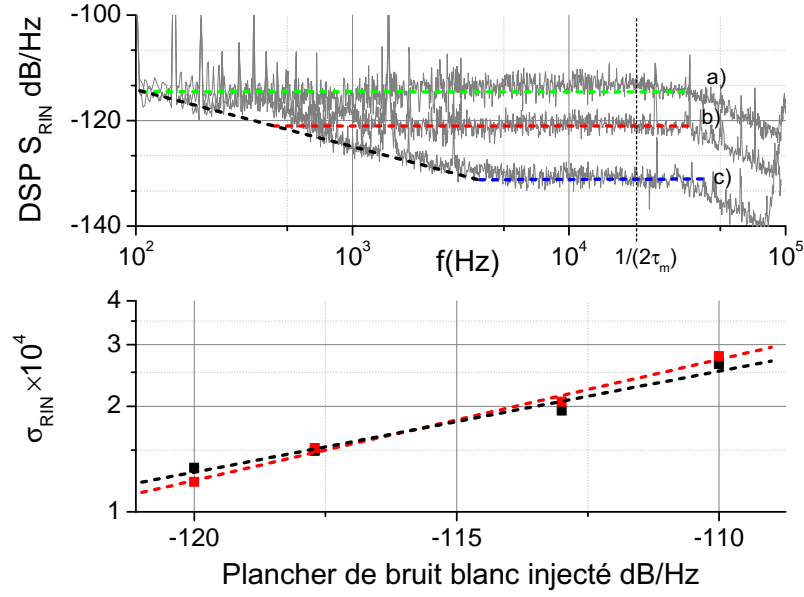


FIGURE 3.4: Mesure de la conversion du RIN à travers le résonateur atomique. Les mesures en aval de la cellule sont réalisées à mi-hauteur de la frange. Haut : en grisé : bruit d'intensité mesuré en amont de la cellule. Noir : asymptote en  $1/f$ . Bleu (c), rouge (b) et vert (a) : planchers de bruit à -132, -121 et -116 dB/Hz. Figure du bas : points : écart type relatif de bruit mesuré avant (rouge) et après le résonateur atomique (noir). Lignes pointillées, ajustements linéaires sur les données.

fréquences puis très fortement au delà de  $f = 1/(2\tau_m)$ . De ce fait, le calcul de la variance peut être approché par une intégrale bornée entre 0 et  $1/(2\tau_m)$  :

$$\sigma^2 = \int_0^\infty S(f) \frac{\sin(\pi\tau_m f)^2}{(\pi\tau_m f)^2} df \approx \int_0^{1/2\tau_m} S(f) df. \quad (3.1)$$

La DSP du bruit d'intensité relatif, notée  $S_{in}$  évolue en  $1/f$ , comportement typique d'un bruit de scintillation (encore appelé flicker ou rose). Il peut donc être approché par une forme  $h_{-1}f^{-1}$  où  $h_{-1}$  est le niveau de puissance de bruit à  $f=1$  Hz. Comme présenté en section 1.8 le signal d'erreur est généré à partir de la différence des niveaux mesurés après interrogation gauche-droite de la frange. Selon [62], si les mesures différenciées sont séparées de  $T_c$ , alors le calcul de l'écart type relatif du signal d'erreur sera réalisé avec l'équation (3.1) dont la DSP sera  $S_d$  :

$$S_d = 2(1 - \cos(2\pi f T_c)) S_{in}, \quad (3.2)$$

lorsque  $f$  tend vers 0,

$$\lim_{f \rightarrow 0} (1 - \cos(2\pi f T_c)) = 2\pi^2 \times T_c^2 f^2. \quad (3.3)$$

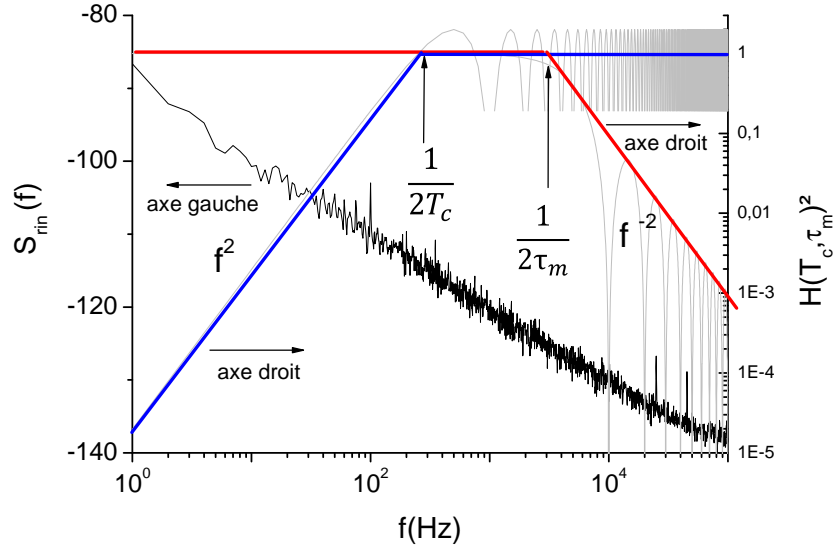


FIGURE 3.5: Densité spectrale de puissance de bruit du laser (noir) et fonction de transfert de l'opérateur variance (rouge et bleu) correspondant à une fenêtre de détection de durée  $\tau_m$  répétée tous les cycles de durée  $T_c$

La courbe bleue de la figure 3.5 représente le comportement asymptotique de cette fonction. La DSP  $S_{in}$  sera pondérée aux basses fréquences par une pente en  $f^2$ . Ainsi, plus le bruit sera basse fréquence, plus il deviendra commun à l'interrogation droite et gauche, et plus il sera rejeté. Lorsque  $f$  tend vers l'infini, la période d'oscillation du cosinus deviendra très grande et le cosinus tendra vers 0 en valeur moyenne.

$$\lim_{f \rightarrow \infty} (1 - \cos(2\pi f T_c)) = 1 \quad (3.4)$$

La variance pour tout  $f$  de la différence de signal due au bruit d'intensité est écrite comme :

$$\sigma^2 = 2 \int_0^{1/(2\tau_m)} (1 - \cos(2\pi f T_c)) S_{in} df. \quad (3.5)$$

En conclusion, nous retiendrons que la bande de sensibilité au bruit d'intensité est bornée par deux fréquences limites  $f_{sup} = \frac{1}{2\tau_m}$  et  $f_{inf} = \frac{1}{2T_c}$ . La quantité de bruit mesuré diminuera donc lorsque  $\tau_m$  augmentera et lorsque  $T_c$  diminuera. **Ainsi, plus la durée d'intégration  $\tau_m$  sera grande et plus le temps de cycle  $T_c$  petit, plus la variance  $\sigma$  sera petite.**



### 3.2.3 Conversion du bruit d'intensité en bruit de fréquence

Dans la cas d'une horloge fonctionnant en mode impulsionnel et dont la modulation est carrée, l'écart type d'Allan de la fréquence d'horloge est écrit comme [10] :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \frac{1}{RSB} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}}. \quad (3.6)$$

Le rapport signal à bruit (noté  $RSB$  dans la suite de ce chapitre) est défini comme le rapport de l'amplitude de la frange au bruit mesuré sur un cycle de durée  $T_c$ .  $\Delta\nu$  est la largeur de la frange en Hz,  $\nu_0$  est la fréquence de la transition hyperfine du Cs et  $\tau$  est la durée d'intégration. Supposons que la source de bruit dominante soit la puissance laser. Si le bruit d'intensité relatif est noté  $\sigma_{rin}$ , l'équation (3.6) devient :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \frac{\sigma_{rin}}{C_{cpt}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (3.7)$$

$\sigma_{rin}$  est l'écart type de la variance calculée dans l'équation (3.5) divisée par le niveau du signal à mi-hauteur de la frange.  $C_{cpt}$  est le contraste, défini comme le rapport entre l'amplitude du signal et le niveau au point d'asservissement. A la vue de l'équation (3.7), il est clair que **pour diminuer la contribution du bruit d'intensité au bruit de fréquence il faut augmenter le contraste et/ou diminuer le bruit d'intensité.**

Sans aucune méthode de diminution de bruit, et avec les paramètres donnés dans le tableau 3.2, la contribution du bruit d'intensité à la stabilité d'horloge à 1s est de  $\sigma_{yR}=7.2\times 10^{-13}$ . Cette valeur est cohérente avec les mesures de stabilité au niveau de  $11\times 10^{-13}$  réalisées avant les changements d'oscillateurs présentés dans la chapitre 2 et où l'effet Dick avait été estimé à  $\sigma_{yDick} = 6.4 \times 10^{-13}$ . En effet la somme quadratique des contributions des bruits d'intensité et d'effet Dick donne une stabilité de  $9.6\times 10^{-13}$ . L'objectif de cette horloge est de rivaliser avec les meilleurs prototypes d'horloges compactes développés en laboratoire. Celles-ci montrent à ce jour des stabilités de l'ordre de  $1$  ou  $2\times 10^{-13}$  [60], [56], [7], [8]. Nous avons donc cherché à diminuer cette contribution du bruit d'intensité par différents moyens, présentés en section 3.2.4.

### 3.2.4 Diminution du bruit

On détaillera ici différents effets ayant contribué à diminuer le bruit d'intensité. Tout d'abord, nous avons vérifié que le passage du mode continu au mode impulsionnel, n'était pas responsable d'une dégradation. Ensuite, nous avons testé trois méthodes : optimisation des paramètres de gain de l'asservissement de fréquence optique, asservissement de

| Paramètre                      | $\partial X/\partial I_{TOT}$ |
|--------------------------------|-------------------------------|
| Niveau hors résonance $V_{HR}$ | 2.09 V                        |
| Amplitude du piédestal         | 0.12 V                        |
| Amplitude frange               | 0.24 V                        |
| Contraste                      | 11.5%                         |
| Discriminateur de fréquence    | $2.82 \times 10^{-3}$ V/Hz    |
| $\sigma_{RIN}$                 | $11.4 \times 10^{-5}$         |
| $\sigma_y(1s)$                 | $7.2 \times 10^{-13}$         |

TABLE 3.2: Contribution du bruit relatif d'intensité à la stabilité d'horloge. Intensités des lasers équilibrées. Intensité totale  $I_{TOT} = 1.5\text{mW}/\text{cm}^2$ .

la puissance optique et enfin normalisation du bruit d'intensité relatif avant correction de l'oscillateur local.

### Optimisation des paramètres de gain de l'asservissement de fréquence optique

Cette partie décrira l'optimisation des paramètres de la boucle d'asservissement de fréquence optique du laser dit "maître". Le montage d'asservissement est décrit dans la section 1.7.2. L'asservissement de la fréquence optique comporte un premier intégrateur qui agit sur le courant de la diode (corrections rapides), et un second qui agit sur une céramique piézo-électrique (corrections lentes).

La figure 3.6 présente les densités spectrales de puissance de bruit de l'intensité laser et du signal d'erreur de l'asservissement de fréquence optique. Les trois couleurs correspondent à trois différents paramétrages de la boucle d'asservissement. En noir la boucle sur la céramique PZT est ouverte et la boucle sur le courant fermée. En bleu, les boucles sont fermées et les gains sont optimisés pour réduire au maximum le bruit de fréquence optique basse fréquence. Les pics de bruit à 500 Hz et 10 kHz correspondent aux fréquences de coupure des asservissements lents (PZT) et rapides (courant diode). Le fait que ces pics soient visibles à la fois sur le signal d'erreur de l'asservissement de fréquence et sur le bruit d'intensité est la trace que l'asservissement de fréquence optique génère du bruit d'intensité. La courbe rouge est le résultat d'une optimisation des gains de boucle avec pour objectif de perturber au minimum le bruit d'intensité. Le bruit sur le signal d'erreur de l'asservissement de fréquence est alors plus haut, mais le bruit d'intensité n'est presque pas perturbé. Comme présenté dans la section 3.3.1, le bruit de fréquence optique n'est pas limitant pour l'horloge. **Ainsi, le compromis qui consiste à dégrader le bruit de fréquence optique pour améliorer le bruit d'intensité permet de gagner en terme de budget de bruit total de l'horloge.**

### Asservissement de l'intensité

La deuxième option permettant de réduire le bruit d'intensité relatif consiste à asservir la

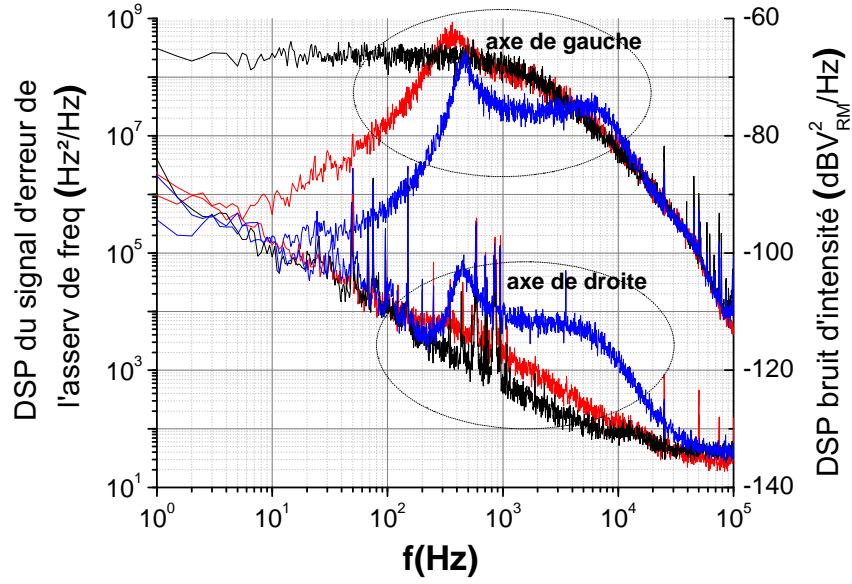


FIGURE 3.6: Densité spectrale de puissance de bruit d'intensité et de fréquence optique du laser. Noir : boucle d'asservissement lente (PZT) ouverte. Bleu et rouge : boucle lente fermée, paramètres de gain optimisés pour diminuer respectivement le bruit de fréquence optique et d'intensité laser

puissance. Le principe, présenté sur le schéma 3.7 est de placer un modulateur acousto-optique ( $AOM_1$ ) sur chaque faisceau avant leur superposition avec très peu de puissance dans l'ordre diffracté. Le bruit, détecté par comparaison d'un signal issu d'une photodiode avec une référence de tension, est intégré puis envoyé sur un contrôleur de puissance RF (composant TFAS). Celui-ci alimente le modulateur acousto-optique  $AOM_1$ . La bande passante de cet asservissement est de 200 kHz. Afin de n'utiliser que le minimum de puissance pour cet asservissement et en garder le maximum pour l'interrogation des atomes, le prélèvement de la puissance laser est réalisé à l'aide d'une lame réfléchissant 10% de l'intensité incidente. Comme le pourcentage de réflexion dépend de la polarisation incidente et que celle-ci est susceptible de varier lorsque la température de l'AOM variera, une lame  $\lambda/2$  et un cube ont été ajoutés avant la lame.

La figure 3.8 compare le gain apporté par cet asservissement en présentant la DSP du RIN mesurée en différents points du montage : A et B. En A, le bruit est mesuré directement en sortie du système d'asservissement et en B le bruit est mesuré sur la photodiode de détection d'horloge, lorsque la cellule est retirée. Un gain de 20 dB à la fréquence d'interrogation  $f = f_i = 160$  Hz est à noter au point A (directement en sortie de l'asservissement). Cependant, sur la photodiode de détection (B), cet excellent niveau n'est pas conservé. Le passage dans l' $AOM_2$  remonte le bruit de 5 dB à  $f = f_i$ . L'écart type du bruit d'intensité relatif passe de  $7.8 \times 10^{-5}$  en boucle ouverte à  $1.7 \times 10^{-5}$  en sortie

de l'asservissement, et remonte à  $2.8 \times 10^{-5}$  sur la photodiode d'horloge.

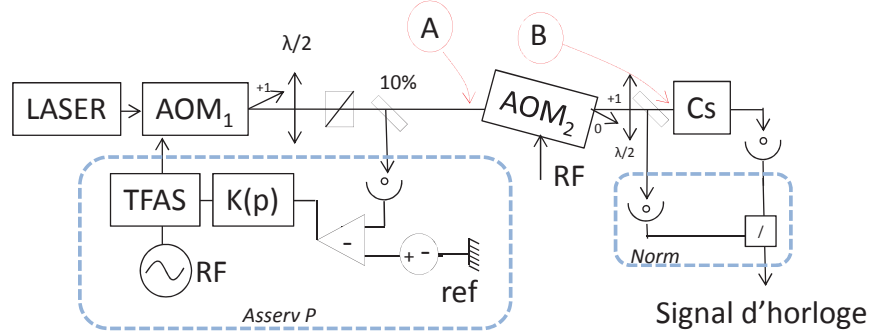


FIGURE 3.7: Schéma du montage de normalisation (Norm) et d'asservissement de la puissance laser (Asserv P). Le bloc K(p) représente le contrôleur de la boucle d'asservissement de la puissance comprenant un gain proportionnel intégrateur série. La bande de correction est de 200 kHz. Le bloc TFAS est le contrôleur de puissance radio-fréquence permettant d'ajuster l'amplitude RF en fonction du signal de correction généré par K(p).

Pour la suite de cette étude, la DSP de l'intensité sera approximée par l'expression suivante :

$$S_{in} = \alpha 10 \times 10^{-11} f^{-1} + 10^{-14}. \quad (3.8)$$

Si l'intensité est asservie (figure 3.8),  $S_{in}$  sera bien approximée par  $\alpha = 1$ . Lorsque l'intensité n'est pas asservie  $\alpha=20$ .

### Normalisation

La dernière méthode, déjà implémentée sur certaines horloges [8] consiste à mesurer le bruit de puissance en amont de la cellule et à l'utiliser pour normaliser le signal d'horloge. Cette méthode, dont le calcul est détaillé en Annexe B, permet de rejeter le bruit d'intensité comme un effet du second ordre. Les équations de la variance du bruit sans et avec normalisation, respectivement notées  $\sigma_p^2$  et  $\sigma_{pn}^2$ , sont présentées ci dessous,

$$\sigma_{pn}^2 \approx \frac{a^2 \sigma_{mw}^2}{p_i^2} [1 - \sigma_{rin}^2 + o^2], \quad (3.9)$$

$$\sigma_p^2 = (\sigma_{mw} a)^2 + (\alpha \sigma_i)^2, \quad (3.10)$$

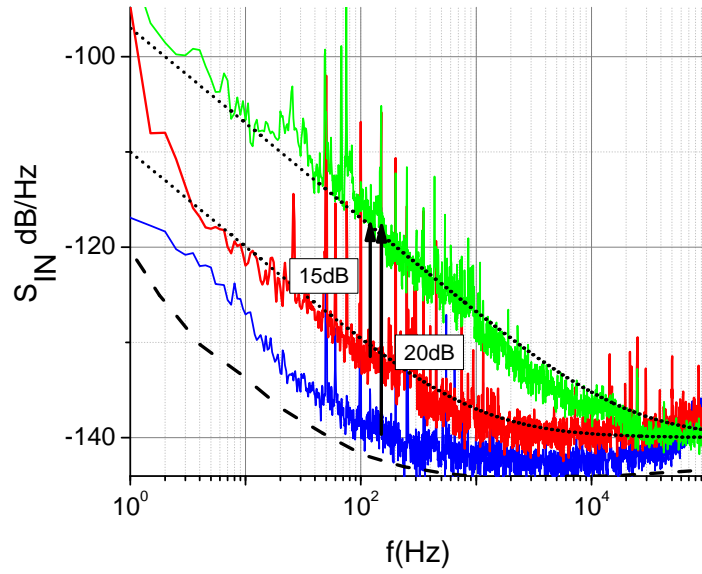


FIGURE 3.8: Mesure de la densité spectrale du bruit d'intensité. Noir : bruit de la référence de tension + bruit du détecteur. Vert : bruit avec asservissement OFF. Bleu : bruit avec asservissement ON, mesuré en sortie de l'asservissement. Rouge : bruit avec asservissement ON, mesuré sur la photodiode d'horloge. De manière à n'observer que l'effet du bruit de puissance, la cellule de césium a été retirée du banc optique pour cette dernière mesure. La bande d'asservissement de la puissance est de 200 kHz.

où  $a$  est le discriminateur de fréquence exprimé en puissance optique (W/Hz),  $\beta$  le coefficient d'atténuation de la puissance à travers la cellule,  $p_i$  est la puissance incidente.  $\sigma_{ri}$  et  $\sigma_{mw}$  sont les écarts type des bruits d'intensité et de fréquence micro-onde, dont les moyennes seront supposées nulles. Les corrélations entre bruit d'intensité et bruit de fréquence seront négligées. La courbe de la figure 3.9 est l'illustration du calcul développé en Annexe C et résumé par l'équation (3.11). Il montre qu'avec une normalisation le gain sur le rapport signal à bruit est d'autant plus grand que le bruit d'intensité est important :

$$\frac{(S/B)_{norm}}{(S/B)_{nonnorm}} = \sqrt{1 + \frac{\beta^2 \sigma_i^2}{a^2 \sigma_{mw}^2}}. \quad (3.11)$$

La mise en œuvre d'une telle normalisation a montré d'excellents niveaux de réjection de bruit. Un ajustement de l'angle de la lame  $\Lambda/2$  en amont de la lame de prélèvement de l'intensité est toutefois nécessaire, afin d'être sûr que les proportions de chaque laser dans le faisceau de normalisation soient les mêmes que celles vues par la photodiode d'horloge, voir figure 3.10(a). De manière à tester le principe de cette méthode, nous avons injecté du bruit et vérifié que la normalisation permettait bien de le soustraire, 3.10(b). Pour -110 dB de plancher de bruit injecté sur l'intensité laser, la réjection du bruit permet de gagner un facteur 3 sur la stabilité de fréquence. En dessous de -120

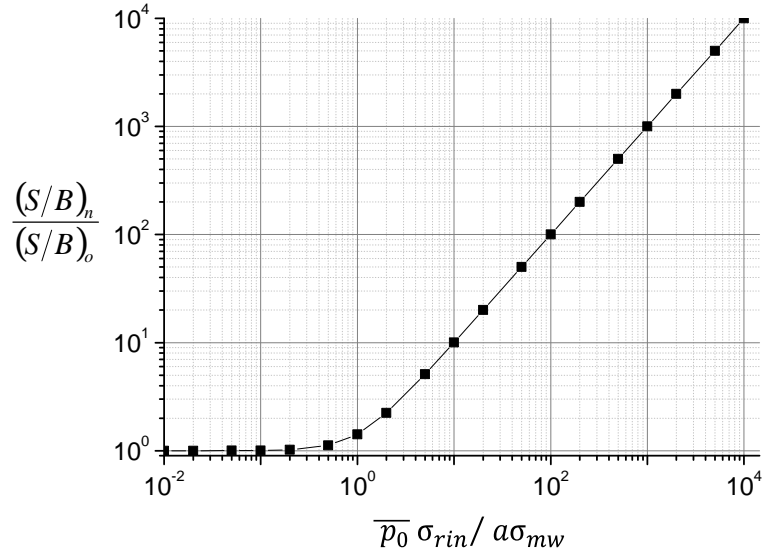
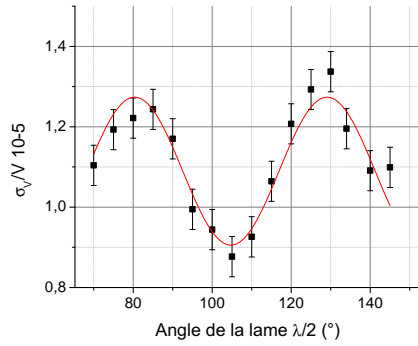
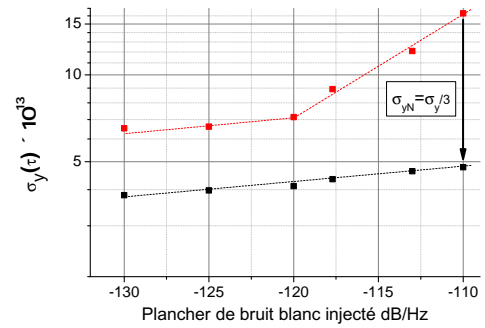


FIGURE 3.9: Gain en rapport signal à bruit par normalisation.  $\overline{p}_0$  est la puissance moyenne sur la photodiode,  $p_0$  est la puissance en sortie de la cellule,  $\sigma_{rin}$  est l'écart type relatif du bruit d'intensité,  $a$  est la pente du discriminateur de fréquence de la cellule et  $\sigma_{mw}$  est le bruit de fréquence micro-onde de l'oscillateur local.



(a) Évolution du bruit relatif de tension sur le signal d'horloge en fonction de l'angle de la lame  $\lambda/2$ .



(b) Écart type à 1s de la variance d'Allan  $\sigma_y(1s)$  de la fréquence d'horloge en fonction du niveau de plancher de bruit injecté sur l'intensité laser. Points noirs et rouges : mesures de  $\sigma_y(1s)$  respectivement avec et sans normalisation.

FIGURE 3.10: Réglage et performances du dispositif de normalisation

dB, le bruit de fréquence atteint reste relativement constant quel que soit le plancher de bruit d'intensité injecté, ce qui montre que si le bruit injecté est inférieur au RIN, la normalisation apporte un gain constant sur la stabilité.

### 3.3 Bruits non limitants pour $\sigma_y(1s) = 3.2 \times 10^{-13}$

#### 3.3.1 Bruit de fréquence optique

Afin d'estimer le transfert de bruit de fréquence optique en bruit de fréquence micro-onde, nous avons tout d'abord mesuré le bruit de fréquence optique. Comme présenté en partie 1.7.1 le laser maître est asservi sur un montage d'absorption saturée avec spectroscopie par transfert de modulation. La mesure du bruit, réalisée sur le signal d'erreur de la détection synchrone est présentée sur la figure 3.11(a). Cependant, le signal d'erreur, noté  $S_{ERR}$  ne reflète qu'une partie du bruit de fréquence total du laser. En effet, certains bruits tels que le bruit d'intensité sont vus comme des bruits de fréquence optique par l'asservissement qui va les corriger et induire un bruit de fréquence réel. Ce type de bruit n'est pas vu dans le signal d'erreur, voir équation (3.12) et (3.14). Le calcul de cet effet est détaillé en Annexe C et le résultat final est présenté par les équations (3.12) et (3.13). Soit  $S_{V,O}(f)$  la densité spectrale de puissance de bruit d'amplitude sur le signal de la photodiode, dont l'origine est le bruit d'intensité transmis par la cellule. La puissance de ce bruit à la fréquence de modulation de la détection synchrone est noté  $S_{V,O}(fm+f)$ . Les densités spectrales du signal d'erreur  $S_{ERR}$  et du bruit total d'intensité  $S_{f,OUT}$  peuvent-être écrites en fonction de  $S_{V,O}(fm+f)$  et du bruit du laser libre  $S_f(f)$  comme :

$$S_{ERR}(f) = [S_f(f) + S_{V,O}(f)] \left( \frac{1}{1 + K(f)P_{pzt}P_{abs}} \right)^2, \quad (3.12)$$

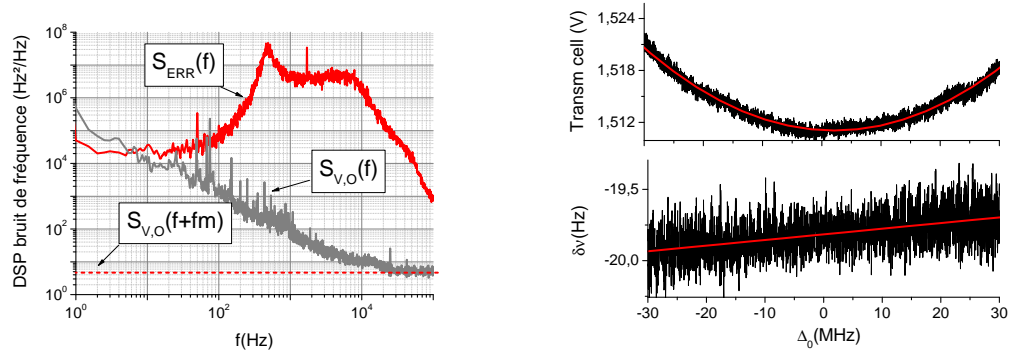
$$S_{f,OUT}(f) = S_f(f) \left( \frac{1}{1 + K(f)P_{pzt}P_{abs}} \right)^2 + S_{V,O}(f) \left( \frac{K(f)P_{pzt}}{1 + K(f)P_{pzt}P_{abs}} \right)^2, \quad (3.13)$$

où  $K(f)$  est la fonction de transfert de l'asservissement,  $P_{pzt}$  est le facteur de conversion de l'actuateur du laser, exprimé en Hz/V.  $P_{abs}$  est le discriminateur de fréquence en V/Hz du montage d'absorption saturée.

$$\lim_{K \rightarrow \infty} S_{f,ERR} = 0, \quad (3.14)$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} S_{f,OUT} = S_{V,O} \frac{1}{P_{abs}^2}. \quad (3.15)$$

La DSP du bruit de fréquence tend vers le bruit relatif d'intensité converti en bruit de fréquence via la pente du discriminateur de fréquence  $P_{abs}$ . Afin d'estimer l'impact



(a) Densité spectrale de puissance de bruit de fréquence du laser asservi. Gris : bruit d'intensité. Trait rouge : contribution du bruit d'intensité au bruit de fréquence. DSP rouge : signal d'erreur de l'asservissement. La contribution du bruit d'intensité, au bruit de fréquence est négligeable.

(b) Sensibilité de la fréquence micro-onde à une variation de fréquence optique

FIGURE 3.11: Bruit de fréquence optique et sensibilité de la fréquence micro-onde à une rampe de fréquence optique

d'une tel transfert de bruit AM-FM sur mon montage, nous avons mesuré  $S_{V,O}(f)$  et avons considéré qu'après passage dans la détection synchrone le bruit d'intensité  $S_{V,O}(f)$  injecté dans le servo est  $S_{V,O}(f + fm)$ , où  $fm$  est la fréquence de modulation. Selon l'hypothèse (défavorable, K infini) que l'intégralité du bruit  $S_{V,O}(f + fm)$  est convertie en bruit de fréquence, nous l'avons tracé sur le graphique qui présente la DSP du signal d'erreur, voir trait rouge sur la figure 3.11(a). Sur notre montage, cette contribution "RIN-freq" est largement dominée par le bruit résiduel sur le signal d'erreur et pourra donc être négligée.

Deux types de transfert de bruit de fréquence optique en bruit de fréquence micro-onde ont été considérés :

Le premier est l'effet du désaccord optique directement sur la fréquence micro-onde. Il peut être engendré par divers phénomènes détaillés dans le chapitre 4 tels qu'une déformation de la raie de résonance noire ou un déplacement lumineux qui varie avec le désaccord optique. A ce jour les modèles dont nous disposons ne permettent pas de produire une estimation théorique de la sensibilité de la fréquence d'horloge à une variation de fréquence optique, celle ci a donc été mesurée de la manière suivante. Une fois l'horloge asservie sur le signal de résonance noire, nous avons appliqué une rampe de tension lente (1 MHz/s) sur la céramique piézo-électrique du laser maître (33'). Cette mesure statique a montré une sensibilité de 4 mHz/MHz, voir 3.11(b). Nous avons fait l'hypothèse que ce coefficient est le même quelle que soit la fréquence du bruit et nous avons donc converti la puissance de bruit de fréquence optique en puissance de bruit



micro-onde. En utilisant l'équation (3.5), nous avons calculé que le bruit de fréquence optique limiterait l'horloge au niveau de  $0.7 \times 10^{-14}$  à 1s.

Le second mécanisme de transfert de bruit de fréquence optique en bruit de fréquence micro-onde est dû au décalage sur le fond Doppler induit par une variation de fréquence optique. En effet, ce décalage sur fond Doppler entraîne une variation de niveau, interprétée par la boucle d'asservissement comme un bruit de fréquence et corrigée en tant que tel sur l'oscillateur local. La figure 3.12 présente l'évolution de la pente du fond Doppler en fonction du désaccord optique. Une fois le bruit de fréquence optique calculé comme précédemment (équation 3.5), nous l'avons convertit en fluctuation de niveau sur cette pente, puis convertit en bruit de fréquence micro-onde à l'aide de la formule classique donnée par l'équation 3.7. Le graphique du bas de la figure 3.12 montre que pour conserver une contribution de cet effet inférieure à  $5 \times 10^{-14}$ , le désaccord optique doit rester compris dans l'intervalle  $\Delta_0 = [-1; 5 \text{ MHz}]$ . Le point  $\Delta_0 = 0$  est référencé à la valeur du déplacement collisionnel optique dû au gaz tampon ( $\Delta = 158 \text{ MHz}$ , section 1.6.1).

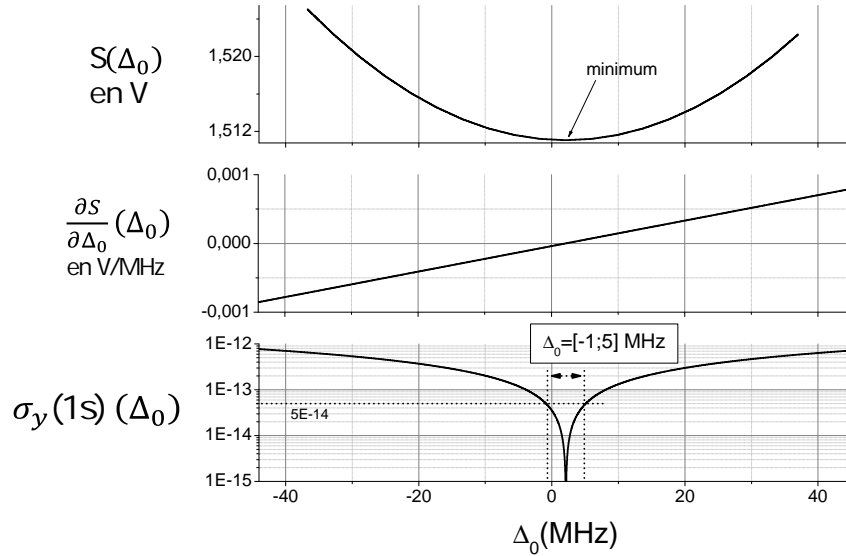


FIGURE 3.12: Haut : signal à mi-frange en fonction du désaccord optique  $\Delta_0$ . Le point  $\Delta_0 = 0$  est référencé à la valeur du déplacement collisionnel optique dû au gaz tampon ( $\Delta = 158 \text{ MHz}$ , section 1.6.1). Milieu : pente de la dépendance du niveau du signal en fonction du désaccord optique, exprimé en V/MHz. Bas : contribution à la stabilité de fréquence de la variation du niveau du signal dû au bruit de fréquence optique. Intensité totale  $1.5 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ .

Que la contribution du bruit de fréquence optique au bruit micro-onde vienne de l'un ou l'autre des mécanismes de transfert de bruit, elle est inférieure à  $5 \times 10^{-14}$  à 1s d'intégration et donc négligeable.

### 3.3.2 Bruit de grenaille

Le bruit de grenaille est un bruit lié au caractère corpusculaire de l'observable que l'on veut détecter. Il est calculé ici pour l'intensité laser et sera donc appelé bruit de photons. Il est lié au fait que les photons n'arrivent pas en flux continu sur le détecteur, mais de manière totalement désordonnée (loi de Poisson). Ce désordre est à l'origine d'un bruit dont l'expression de l'écart type relatif calculé à partir du courant  $I$  délivré par la photodiode est donnée par :

$$\sigma_g = \frac{\sqrt{2qI \times BW}}{I}, \quad (3.16)$$

où  $q$  est la charge de l'électron et  $BW$ , la bande passante. La contribution au bruit de fréquence micro-onde est calculée via l'équation (3.7). Pour une intensité totale de  $I_{TOT}=1,5$  mW/mm<sup>2</sup>, un contraste de 11.4%, une bande passante de 20 kHz et un diamètre de faisceau de 1.5 cm, **le bruit de photon contribuera à l'instabilité de fréquence à hauteur de  $\sigma_y(1s) = 1.4 \times 10^{-14}$ , donc une contribution négligeable.**

### 3.3.3 Bruit du champ magnétique

Le bruit relatif du champ magnétique est estimé à  $3 \times 10^{-6}$  grâce à une mesure sur une transition atomique sensible. La procédure est décrite en détail dans la section 5.4.2. A partir de l'équation (5.8), nous avons calculé une contribution au bruit de fréquence micro-onde relatif de  $\sigma_y(1s) = 2.4 \times 10^{-14}$ . **La contribution du champ magnétique à la stabilité court-terme de l'horloge est donc négligeable.**

## 3.4 Budget total et conclusion

### Bilan de l'amélioration des bruits d'intensité

Le résumé des niveaux de bruit d'intensité obtenus par les techniques détaillées précédemment sont présentés dans le tableau 3.3. Nous retiendrons qu'il est important d'optimiser l'asservissement de fréquence optique afin qu'il ne dégrade pas trop l'intensité. L'asservissement de puissance à l'aide d'un modulateur acousto-optique sur chaque laser est excellent en sortie du modulateur (contribution horloge de  $1.1 \times 10^{-13}$ ), mais est dégradé par passage dans le modulateur acousto-optique générateur d'impulsion. Un tel système réduit la contribution du bruit relatif d'intensité  $\sigma_{yR}$  de 5.1 à  $1.9 \times 10^{-13}$ . La normalisation devrait permettre de supprimer le bruit d'intensité au premier ordre. Les mesures réalisées montrent qu'une fois optimisée, la normalisation devrait permettre d'atteindre une contribution du RIN à la stabilité de fréquence à hauteur de  $1.5 \times 10^{-13}$ . **Le bruit**

d'intensité peut donc être diminué mais reste un bruit important dans le budget total.

| Paramètre   | $\sigma_{RIN} \times 10^5$ | $\sigma_y(1s) \times 10^{13}$ |
|---|----------------------------|-------------------------------|
| Système initial                                       | 11                         | 7.2                           |
| Optimisation de l'asservissement de fréquence optique | 7.8                        | 5.1                           |
| Asservissement de la puissance                        | 2.8                        | 1.9                           |
| Normalisation   | 2.2                        | 1.5                           |

TABLE 3.3: Estimation de la contribution du bruit relatif d'intensité à la stabilité d'horloge à 1s

### Budget total

Le budget de bruit total correspondant à la stabilité court terme présentée sur la figure 2.13 est détaillé dans le tableau 3.4. La limitation principale est le bruit de l'oscillateur local (vu au chapitre 2) suivie de près par la contribution du bruit d'intensité. Ces deux composantes dominent le budget de manière importante puisque les contributions des sources de bruit telles que la fréquence optique, le champ magnétique et le bruit de photon sont inférieures à  $5 \times 10^{-14}$ .

| Source de bruit   | $\sigma_y \times 10^{13}$ |
|-------------------|---------------------------|
| Oscillateur local | 2.7                       |
| Intensité laser   | 1.86                      |
| Fréquence optique | < 0.5                     |
| Champ magnétique  | 0.24                      |
| Bruit de photon   | 0.14                      |

TABLE 3.4: Budget de la stabilité à 1s de l'horloge dans les conditions standards : B=22  $\mu$ T, Intensité laser totale = 1500  $\mu$ W/cm<sup>2</sup>, durée de détection  $\tau_m = 25 \mu$ s, temps de cycle  $T_c = 6$  ms, intensités lasers asservies.

## 3.5 Optimisation de la stabilité court terme par variation de la durée de détection et du temps d'évolution

Cette section présente l'optimisation des deux effets dominants la stabilité court terme : l'effet Dick, noté  $\sigma_{yD}$  et la contribution du bruit relatif d'intensité, notée  $\sigma_{yR}$ . Les paramètres d'optimisation sont la durée de détection et le temps d'évolution libre. Avant de présenter les calculs indépendants de chaque paramètre, nous donnerons l'idée générale qui a motivé cette étude en s'appuyant sur la formule (3.17). La stabilité de l'horloge est décrite comme la somme de la contribution de deux types de bruits : l'effet Dick et le bruit d'intensité laser.

$$\sigma_y^2(1s) = \left( \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \frac{\sigma_{in}}{A} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \right)^2 + \sigma_{dick}^2(1s). \quad (3.17)$$

Avec  $A$ , l'amplitude de la frange,  $\sigma_{in}$  l'écart type du bruit d'intensité mesuré pendant  $\tau_m$ . Dans la section 2.4.2 du chapitre 2, nous avons montré que l'effet Dick diminue lorsque la durée de détection  $\tau_m$  augmente. Ensuite, nous avons vu que le bruit d'intensité diminue également lorsque  $\tau_m$  augmente. Il semble donc que les performances de l'horloge s'amélioreraient pour un temps  $\tau_m$  plus long. Cependant, notre détection est destructive au sens où la phase atomique à l'origine de notre signal est progressivement détruite tout au long de l'impulsion laser de détection. Ainsi, plus  $\tau_m$  sera long, plus l'amplitude des franges  $A$  diminuera et plus le bruit de fréquence augmentera, voir équation (3.17). Au cours de cette optimisation nous chercherons le meilleur compromis qui permettra d'améliorer le bruit de fréquence de l'horloge.

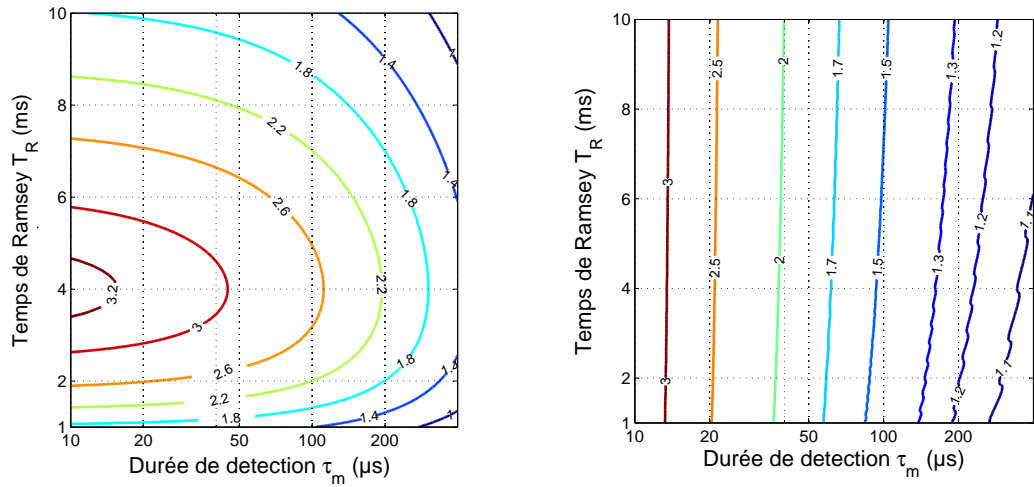
Une étude similaire sera réalisée pour l'optimisation du temps d'évolution  $T_R$ . En effet, lorsque  $T_R$  augmente, le signal diminue à cause de la relaxation. Cependant, cette augmentation améliore le rapport cyclique du système et diminue le bruit dû à l'effet Dick.

### 3.5.1 Optimisation du discriminateur de fréquence

La pente du discriminateur dépend de deux paramètres. Le premier est la largeur de raie. En mode impulsionnel, celle-ci est fixée par le temps d'évolution libre  $T_R$  et vaut  $\Delta\nu = 1/(2 * T_R)$ . Elle ne dépend pas de la durée de détection. Le second paramètre est l'amplitude. Pendant le temps d'évolution libre, la relaxation de la cohérence hyperfine et donc l'amplitude du signal, évolue en fonction du temps comme une exponentielle décroissante de constante de temps  $T_2 = 4$  ms. Cette valeur dépend de différents paramètres détaillés dans la partie 1.6.1 du chapitre 1. Lors du pompage, la cohérence hyperfine montre une évolution exponentielle de constante de temps  $\tau_p$ . Lors de la détection, les atomes sont pompés vers un nouvel état noir avec la même constante de temps  $\tau_p$ . Sur notre montage, le signal est moyenné sur toute la durée de la détection  $\tau_m$ . Ainsi, il est calculé comme la somme de tout les points de cette évolution exponentielle de pas  $\Delta t = 1\mu s$  et peut donc être écrit comme la série des termes d'une suite géométrique de raison  $q = e^{(-\Delta t/\tau_p)}$ . L'expression de l'évolution de l'amplitude en fonction de la durée de détection est donc du type  $U_n = U_0(1 - q^n)/(1 - q)$ , i.e. :

$$A(\tau_m) = \left( \frac{U_0}{\tau_m/\Delta t} \right) \frac{1 - e^{(-\tau_m/\tau_p)n}}{1 - e^{(-\Delta t/\tau_p)}}. \quad (3.18)$$

Avec  $n$  le nombre de pas  $\Delta t$ ,  $U_0$  l'amplitude théorique des franges à  $n=0$  et  $\tau_p$  la constante de temps du pompage de l'état noir. La détermination de  $U_0$  a été réalisée par extrapolation à  $\tau_m = 1\mu s$  à partir de la valeur connue  $U_{n=25}$  qui correspond à l'amplitude mesurée



(a) Calculs de la pente du discriminateur de fréquence en  $\text{V/Hz} \times 10^3$ .

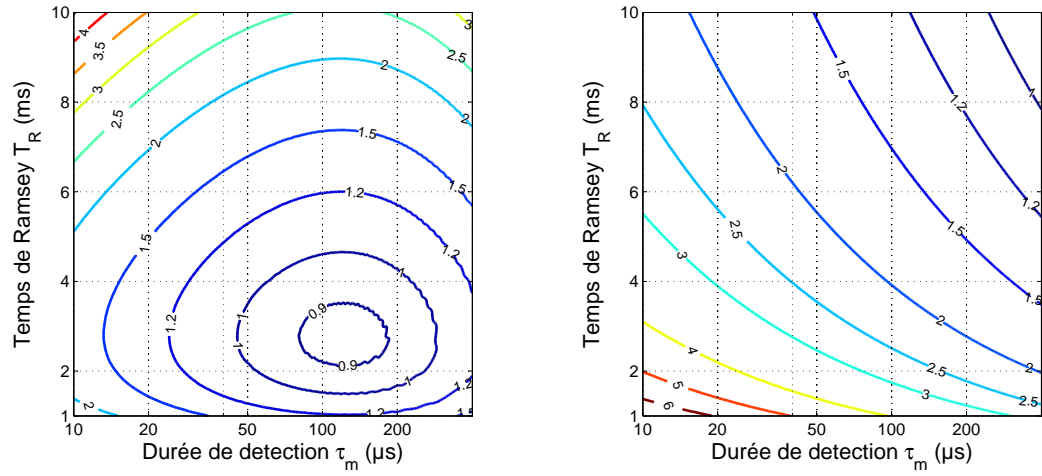
(b) Écart type du bruit relatif d'intensité calculé avec l'équation (3.5) avec puissance asservie, la DSP du bruit est approximée par l'équation (3.8) avec  $\alpha = 1$ .

FIGURE 3.13: Évolution du discriminateur de fréquence et de l'écart type du bruit relatif d'intensité avec  $T_R$  et  $\tau_m$ . La constante de temps du pompage est fixée à 200  $\mu\text{s}$ , le temps de relaxation  $T_2$  est de 4 ms. Intensité laser de 1.5  $\text{mW/cm}^2$

pour un  $\tau_m$  de 25  $\mu\text{s}$ . L'évolution de la pente du discriminateur de fréquence est tracée en fonction de  $T_R$  et  $\tau_m$  sur la figure 3.13(a). **La pente du discriminateur sera la plus raide pour la durée de détection la plus faible possible et un temps d'évolution libre  $T_R$  égale à la constante de temps de la relaxation de la cohérence hyperfine.**

### 3.5.2 Optimisation du bruit d'intensité

La courbe 3.13(b) présente l'évolution de l'écart type du bruit d'intensité en fonction du temps de détection  $\tau_m$  et du temps d'évolution  $T_R$ . Le calcul est réalisé avec l'équation (3.5) en considérant un bruit d'intensité dont le comportement asymptotique sera approximé par l'équation (3.8) avec  $\alpha = 1$ . Ce bruit correspond au cas où l'intensité laser est asservie. Si  $T_R = 4$  ms, l'écart type du bruit baisse d'un tiers pour un  $\tau_m$  multiplié par 10 (20  $\rightarrow$  200  $\mu\text{s}$ ) soit une réduction de 9 à  $6.3 \times 10^{-5}$ . La tendance inverse est observée lorsque c'est le temps d'évolution qui varie. **En effet l'écart type diminue lorsque  $T_R$  diminue. Plus la durée de détection  $\tau_m$  sera longue, plus le bruit d'intensité vu par l'horloge sera faible.**



(a) Contribution du rapport signal à bruit à la stabilité de fréquence  $\sigma_y(1s) \times 10^{13}$ , où le bruit est le RIN approximé par l'équation (3.8) avec  $\alpha = 1$ .

(b) Contribution de l'effet Dick à la stabilité de fréquence, exprimé en  $\sigma_y(1s) \times 10^{13}$ .

FIGURE 3.14: Évolution de la contribution du rapport signal à bruit et de l'effet Dick à l'écart type d'Allan à 1s  $\sigma_y(1s) \times 10^{13}$  de la fréquence d'horloge, en fonction de  $T_R$  et  $\tau_m$ . La constante de temps du pompage est fixée à 200  $\mu$ s, le temps de relaxation  $T_2$  est de 4 ms.

### 3.5.3 Optimisation totale

#### Contribution du couple " $\sigma_{in}$ -discriminateur de fréquence"

La figure 3.13(a) a montré que la pente du discriminateur de fréquence augmente avec  $T_R$  et  $1/\tau_m$  alors que le bruit d'intensité est minimisé pour une durée de mesure  $\tau_m$  plus longue. Il faut donc chercher le meilleur compromis entre ces exigences contradictoires.

La figure 3.14(a) présente l'évolution du premier terme de l'équation (3.17) mettant en jeu la pente et le bruit d'intensité présenté dans le paragraphe précédent. **Le meilleur compromis se situe pour un temps de Ramsey de 3 ms et une durée de détection de 150  $\mu$ s.** Notons que cet optimum est différent de l'optimum du discriminateur de fréquence ( $T_R=4$ ms). Le gain par rapport au point de fonctionnement actuel ( $T_R = 4$  ms et  $\tau_m = 25 \mu$ s) est conséquent car il permet de gagner 30% sur le bruit actuel.

#### Contribution de l'effet Dick

En section 2.4.2 nous avons vu que l'effet Dick décroît comme  $T_R^{-\frac{1}{2}}$  et comme  $\tau_m^{-\frac{1}{4}}$ . L'allongement du temps d'évolution libre  $T_R$  permet d'augmenter le rapport cyclique et donc de diminuer la proportion de temps mort dans la comparaison "atome-oscillateur local"(OL). L'asservissement de l'OL rajoute donc moins de bruit et l'effet Dick diminue. L'allongement de la durée de détection, permet de réaliser un filtre temporel qui

diminue l'influence du bruit à haute fréquence de Fourier. La figure 3.14(b) illustre l'évolution de cette contribution Dick et montre que **plus  $T_R$  et  $\tau_m$  seront longs, plus la contribution de l'effet Dick à la stabilité d'horloge sera faible.**

### Contribution totale

Il est intéressant de noter que l'effet Dick  $\sigma_{yD}$  et la contribution du bruit d'intensité  $\sigma_{yR}$  ont un point d'optimisation différent. Alors qu'une augmentation du temps d'évolution libre permettrait de diminuer l'effet Dick, il augmenterait la contribution de  $\sigma_{yR}$ . Le résultat de la somme quadratique des termes  $\sigma_{yD}$  et  $\sigma_{yR}$  est présenté sur les quatre courbes 3.15. L'évolution de la stabilité en fonction des deux paramètres  $T_R$  et  $\tau_m$  est tracée pour différents niveaux du bruit d'intensité. Ce dernier est caractérisé par la valeur de  $\alpha$ , point à 1 Hz du comportement asymptotique de sa DSP, voir équation (3.8). Les valeurs de  $\alpha=1$  et 20 correspondent respectivement au cas avec et sans asservissement d'intensité. **Notons que dans ces conditions, l'optimum de  $T_R$  varie de 5 à 3.5 ms et celui de  $\tau_m$  de 250 à 100  $\mu$ s environ, et la stabilité correspondante varie de 1.85 à  $3.8 \times 10^{-13}$ .**

## 3.6 Conclusion

Cette étude a tout d'abord permis de montrer l'importance de la prise en compte du bruit d'intensité laser pour améliorer les performances de l'horloge. Grâce à un asservissement de puissance, la contribution à la stabilité d'horloge de ce bruit a pu être ramenée à  $1.9 \times 10^{-13}$  à 1s, niveau similaire de celui de l'oscillateur local ( $2.7 \times 10^{-13}$  à 1s). Nous avons également montré que la normalisation par un signal détecté en amont de la cellule serait une technique simple et efficace qui pourrait être testée lors d'une nouvelle campagne de mesure. La contribution des bruits de photon, de fréquence optique et de champ magnétique a été évaluée comme non limitante pour une horloge visant  $1 \times 10^{-13}$  comme performance de stabilité de fréquence à 1s d'intégration. Enfin un calcul d'optimisation de la séquence a été effectué et prévoit qu'un allongement de la durée de détection ainsi que du temps de Ramsey améliorerait la stabilité de fréquence.

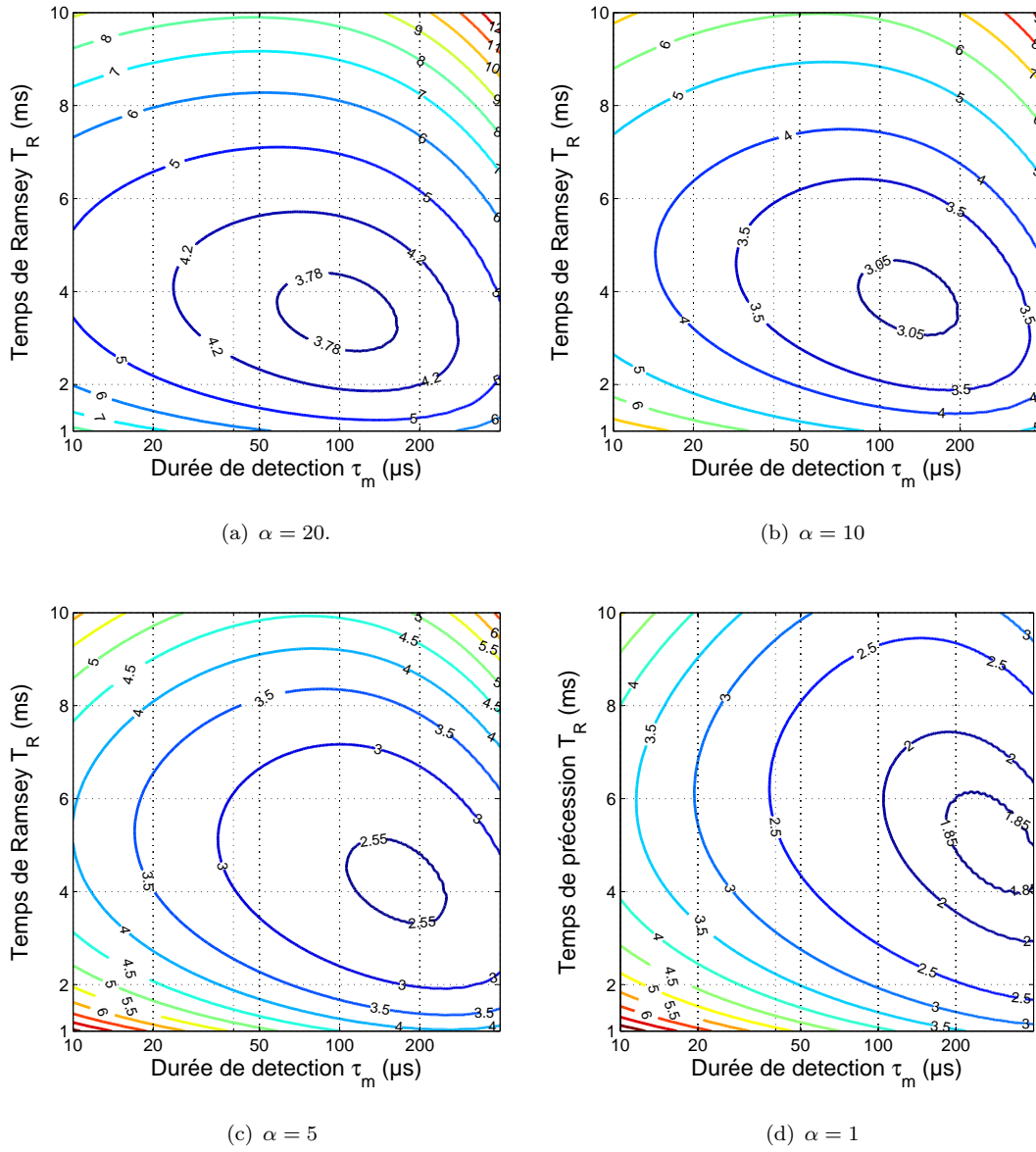


FIGURE 3.15: Modélisation de l'influence du temps d'évolution libre  $T_R$  et de la durée de détection sur l'écart type d'Allan à 1s de la fréquence d'horloge.



## Chapitre 4

# Etude des effets de puissance sur le déplacement de fréquence des résonances noires $\sigma^+$ et $\sigma^+\sigma^-$

### 4.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de proposer un modèle semi-empirique décrivant le déplacement de la fréquence d’horloge en fonction de la puissance laser. Ce phénomène est aujourd’hui mal compris dans les horloges à piégeage cohérent de population en cellule de vapeur. Le modèle proposé prend en compte à la fois les spécificités de la résonance noire, mais également l’influence des transitions voisines faiblement couplées et la déformation qu’elles engendrent. Ce modèle sera comparé avec des mesures dans différentes configurations laser :  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$ . Ces configurations correspondent à des schémas en simple  $\Lambda$ , plus faciles à interpréter que la configuration  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$  (voir 1.7.7) qui associe à la fois des systèmes en simple et double  $\Lambda$ .

#### 4.1.1 Contexte

Dans [35], une limitation à  $2 \times 10^{-14}$  de la stabilité de fréquence long terme du prototype d’horloge à piégeage cohérent de population développée au SYRTE a été mesurée. L’estimation des contributions à cette limite des différentes sources de bruits est rappelée dans le tableau 4.1. Les fluctuations de puissances de chaque laser sont pointées comme étant la source de bruit dominante, suivie de près par les fluctuations de champ magnétique. Ce chapitre 4 s’attachera à comprendre les origines de cette limitation par la puissance

laser en étudiant principalement l'effet d'une variation de puissance d'un laser lorsque l'autre reste fixe.

| Paramètre X | $\partial\nu/\partial X$ | $\Delta X/X$       | $\sigma_y(2 \times 10^3 s)$ |
|-------------|--------------------------|--------------------|-----------------------------|
| $I_{43'}$   | $-3Hz/(mW/cm^2)$         | $2 \times 10^{-4}$ | $5.6 \times 10^{-14}$       |
| $I_{33'}$   | $3.7Hz/(mW/cm^2)$        | $2 \times 10^{-4}$ | $5.6 \times 10^{-14}$       |
| $B$         | $0.0427 Hz/\mu T^2$      | $1 \times 10^{-6}$ | $1 \times 10^{-14}$         |

TABLE 4.1: Budget de bruit de la sensibilité à 2000 secondes de la fréquence d'horloge.

$I_{43'}$  est l'intensité du laser résonant avec la transition  $|F=4\rangle \rightarrow |F'=3\rangle$ ,  $I_{33'}$  est l'intensité du laser résonant avec la transition  $|F=3\rangle \rightarrow |F'=3\rangle$ .  $B$  est l'amplitude du champ magnétique statique.

#### 4.1.2 Cadre de l'étude

Le piégeage cohérent de population peut être réalisé avec différents schémas d'excitation en faisant varier l'état de polarisation des deux lasers : polarisations  $\sigma^+$ ,  $\sigma^+\sigma^-$ , linéaires parallèles (Lin||Lin) ou encore linéaires orthogonales (Lin⊥Lin). La comparaison des contrastes de quelques % obtenus en configuration  $\sigma^+$  [26], de l'ordre de 35-36% en Lin||Lin [49] et de 50% en Lin⊥Lin [63], a conduit à l'utilisation du schéma Lin⊥Lin. Cependant ce dernier autorise l'existence d'états noirs pour lesquels l'écart du nombre quantique  $m_F$  vaut 2. Leur influence sur la transition horloge est potentiellement non négligeable du fait de leur proximité en terme de fréquence et de leur forte amplitude i.e. 10 à 20% de l'amplitude de la transition d'horloge. Afin d'étudier l'influence des fluctuations de la puissance laser sur la fréquence d'horloge dans des cas simples, deux configurations seront étudiées en parallèles :  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$ . La configuration  $\sigma^+$  correspond à des transitions avec  $\Delta m_F = 0$  uniquement, tandis que la configuration  $\sigma^+\sigma^-$  permet d'isoler une transition  $\Delta m_F = 2$ .

Dans ce chapitre, seule l'interrogation en mode continu sera traitée afin de ne se limiter qu'à un cas simple. L'interrogation Ramsey sera réservée à une étude ultérieure.

Dans les modèles connus [26][64][65][66] décrivant l'effet de la puissance laser sur la fréquence d'horloge, le désaccord optique est un paramètre très influent. Ainsi, afin d'avoir une vue d'ensemble des effets de puissance, une partie de ce chapitre sera consacrée à l'étude de la dépendance de la transition d'horloge au désaccord optique.

Les paramètres et dénominations communs à tous les calculs et expériences sont détaillés dans le tableau 4.2

| Parametres   | Symbole, dénomination                  | Valeur numérique  |
|--|--|---|
| Largeur à mi-hauteur des transitions optiques  | $\Gamma^*, \Gamma_{33'}, \Gamma_{43'}$ | 350 MHz   |
| Taux de relaxation de la cohérence hyperfine   | $T_2$                                  | 4 ms  |
| Champ magnétique   | $B$                                    | 22 $\mu$ T  |
| Température de la cellule  | $T$                                    | 29°C  |
| Diamètre du faisceau   | $\phi$                                 | 1.13 cm   |
| Intensité laser résonnant avec $ 4\rangle \rightarrow  3'\rangle$  | $I_{43'}$                              | -   |
| Intensité laser résonnant avec $ 3\rangle \rightarrow  3'\rangle$  | $I_{33'}$                              | -   |
| Laser résonant avec $ 4\rangle \rightarrow  3'\rangle$   | laser maître (M)                       | -   |
| Laser résonant avec $ 3\rangle \rightarrow  3'\rangle$   | laser esclave (E)                      | -   |
| Transition CPT mettant en jeu les niveaux fondamentaux $F=3$ et $F=4$ , et le niveau excité $F'=j$       | $ f\rangle \rightarrow  j'\rangle$     | variable  |
| Déplacement de fréquence dû à une fluctuation d'intensité laser  | $\partial\nu/\partial I$               |   |
| Fréquence de Rabi du couplage entre $ F=i, m_F=0\rangle \rightarrow  F'=3, m_F=1\rangle$ et le laser M/E | $\Omega_{i3'}^{M/E}$                   | $\sqrt{6.2 \times 10^{12} \times I_{M/E}}$<br>rad.s <sup>-1</sup> |
| Fréquence de Rabi du couplage entre $ F=i, m_F=0\rangle \rightarrow  F'=4, m_F=1\rangle$ et le laser M/E | $\Omega_{i4'}^{M/E}$                   | $\sqrt{1 \times 10^{13} \times I_{M/E}}$<br>rad.s <sup>-1</sup>   |
| Fréquence de la transition $ F=3, m=0\rangle \rightarrow  F=4, m=0\rangle$                               | $\nu_0$                                |   |
| Désaccord Raman $\nu_{lm} - \nu_{le}$  | $\delta_R$                             |   |
| Désaccord optique $\nu_{laser} - \nu_0$  | $\Delta_0$                             |   |

TABLE 4.2: Définition des paramètres et dénominations communs aux calculs et mesures du chapitre 4.

## 4.2 Étude théorique de l'effet de la puissance laser et du désaccord optique sur le déplacement de la fréquence d'horloge

Cette section proposera un modèle semi-empirique décrivant l'influence des différents effets contribuant au déplacement de la fréquence lors d'une variation de la puissance laser. **Ce déplacement sera nommé déplacement de puissance dans la suite de cette étude.** Le modèle consiste à calculer indépendamment différentes contributions au déplacement de fréquence, puis à les sommer pour obtenir le déplacement total. Nous distinguerons les contributions des transitions résonnantes et non résonnantes. La contribution de l'élargissement Doppler des transitions optiques sera évaluée. Enfin la contribution de la déformation de la raie d'absorption CPT en fonction de la profondeur

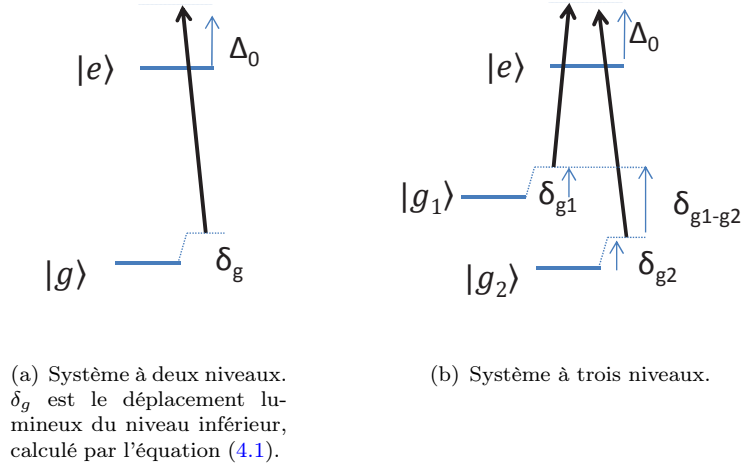


FIGURE 4.1: Déplacement lumineux des niveaux inférieurs de systèmes à deux et trois niveaux. Le déplacement lumineux différentiel est noté  $\delta_{g_1-g_2}$

de modulation sera décrite avant de conclure par une synthèse rassemblant tout ces effets dans un budget total.

#### 4.2.1 Déplacement lumineux CPT

Les niveaux d'énergie d'un atome sont élargis et déplacés s'ils sont irradiés par un champ électromagnétique quasi-résonnant. Une interprétation en utilisant le modèle semi classique est la suivante : le dipôle atomique créé par le champ incident a une composante en phase et une composante en quadrature avec le champ. La composante en phase donne une énergie de polarisation qui varie avec le désaccord optique  $\Delta_0$ , comme une courbe de dispersion, c'est le déplacement lumineux. Cet effet est analogue à l'effet Stark, qui décrit l'interaction d'un champ électrique statique avec le dipôle statique induit. Dans notre cas, le champ est oscillant, et l'effet est donc appelé effet Stark dynamique [67]. Le déplacement du niveau inférieur d'une transition, noté ici  $\delta_g$  (voir figure 4.1(a)) a été mesuré expérimentalement [9] et [68] pour un atome à deux niveaux et a été calculé [67] comme :

$$\delta_g = \frac{1}{4} \frac{\Delta_0}{\Delta_0^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} \Omega_R^2, \quad (4.1)$$

$\Delta_0$  est le désaccord optique,  $\Gamma^*$  est le taux de relaxation du niveau excité,  $\Omega_R$  est la fréquence de Rabi.

#### Système à trois niveaux

Une première approche, que l'on appellera **modèle différentiel** [26], revient à considérer le système à trois niveaux comme deux systèmes indépendants, à deux niveaux. Le

déplacement lumineux total serait alors la somme des déplacements lumineux de ses deux systèmes indépendants. Ce modèle reproduit bien la comportement d'une résonance noire pour laquelle l'observable de mesure est la cohérence hyperfine [26]. Cependant, nous souhaitons caractériser le déplacement de puissance pour une mesure en transmission. Dans ce cas, le modèle différentiel n'est plus en accord avec le calcul numérique réalisé par matrice densité. De plus, Zhu et Cutler [69] ont montré que pour une détection en transmission, la prise en compte de la relaxation de la cohérence hyperfine était importante car elle conduit à une modification de la forme et de l'amplitude du déplacement lumineux. Dans l'article de Zanon [64], un modèle analytique du déplacement lumineux à l'état stationnaire a été proposé. Il prend en compte la relaxation, ainsi que l'évolution de la forme de raie et reproduit bien les solutions numériques de la matrice densité pour une détection en transmission. Son expression simplifiée est donnée par :

$$\delta_{CPT_r} \approx \Delta_0 \frac{\gamma_2}{\gamma_{opt}} \frac{2\gamma_2 (\Omega_{33'}^E \Omega_{43'}^M)^2 - \gamma_{opt} \left( (\Omega_{33'}^E)^4 - (\Omega_{43'}^M)^4 \right)}{2\gamma_2 (\Omega_{33'}^E \Omega_{43'}^M)^2 + \gamma_{opt} \left( (\Omega_{33'}^E)^2 + (\Omega_{43'}^M)^2 \right)^2} \quad (4.2)$$

où  $\Delta_0$  est le désaccord optique,  $\gamma_2$  est le taux de relaxation de la cohérence hyperfine,  $\gamma_{opt}$  est le taux de relaxation des cohérences optiques dans le cas où il est le même pour les transitions  $|F=4\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et  $|F=3\rangle \rightarrow |3'\rangle$ .  $\Omega_{43'}^M$  ( $\Omega_{33'}^E$ ) est la fréquence de Rabi du couplage entre la transition  $|F=4\rangle \rightarrow |3'\rangle$  ( $|F=3\rangle \rightarrow |3'\rangle$ ) et le laser maître (esclave).

Notons que pour un état noir sans relaxation, i.e.  $\gamma_2 = 0$ , le déplacement lumineux est nul car l'atome est totalement découplé de la lumière. Le déplacement lumineux variera linéairement avec le désaccord optique  $\Delta_0$ , s'annulant lorsque  $\Delta_0 = 0$ .

Les figures 4.2 et 4.3 illustrent le comportement du déplacement lumineux lorsque l'intensité laser et le désaccord optique varient. Afin de pouvoir comparer ces courbes théoriques aux courbes expérimentales de la section 4.3, les valeurs des intensités utilisées pour les calculs seront de l'ordre de quelques dizaines de  $\mu\text{W}/\text{mm}^2$ . La figure 4.2 montre bien la différence de forme entre le modèle différentiel et le modèle Zanon. L'un est linéaire alors que l'autre montre une forme dispersive, dérivée d'une lorentzienne de largeur  $\Gamma^*$ . Lorsque les puissances laser tendent vers une valeur commune, le déplacement lumineux tend vers zéro pour le modèle différentiel, et vers une valeur très faible pour le modèle Zanon. La figure 4.3 présente l'effet d'une variation de puissance d'un seul laser à petit désaccord optique, i.e.  $\Delta_0 = 10$  et  $50$  MHz. Nous observons que le modèle différentiel prévoit une variation linéaire, alors que le modèle Zanon prévoit une variation non linéaire. Les deux tendent vers zéro avec  $\Delta_0$ .

Pour la suite de cette étude, le déplacement lumineux  $\delta_{CPT_r}$  sera décrit par le modèle analytique Zanon, car il décrit bien le résultat du calcul de matrice densité et prend donc

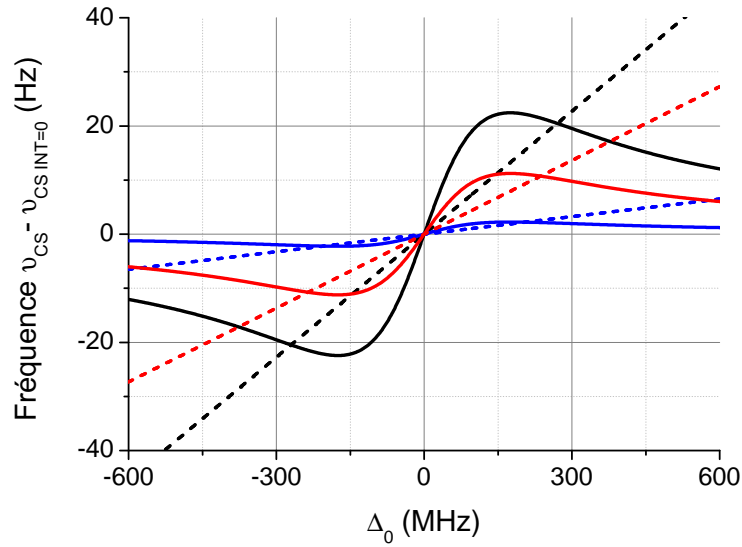


FIGURE 4.2: Calcul du déplacement lumineux CPT  $\delta_{CPTr}$  en fonction du désaccord optique,  $I_{33'} = 0.2 \mu W/mm^2$ . Traits plein : modèle déplacement lumineux différentiel. Traits pointillés : modèle Zanon.  $I_{43'}$  variable, respectivement de  $I_{43'}=1.1, 1.5, 2 \times I_{33'}$  pour Bleu, Rouge et Noir.

en compte les effets de relaxation, de déplacement de niveaux mais aussi de déformation de la raie d'absorption résonnante. Cependant, ce modèle ne considère qu'un système à trois niveaux et ne considère donc pas l'influence des faibles couplages avec les niveaux non-résonnants. Cette influence est calculée dans la section suivante.

#### 4.2.2 Déplacements lumineux des transitions à un photon

Pour traiter l'influence des transitions non résonnantes, il sera tout d'abord considéré que la raie CPT n'est issue que de la résonance avec le niveau excité hyperfin résonant. Les résonances formées avec le niveau excité hyperfin non résonnant sont ainsi négligées. Celles-ci seraient le résultat d'un couplage avec des transitions fortement désaccordées et son influence sera traitée dans 4.2.4. Dans cette section, le calcul du déplacement lumineux non résonnant revient donc à considérer l'effet des déplacements lumineux à un photon sur différents systèmes à deux niveaux. Le déplacement lumineux à un photon total noté  $\delta_{1p}$  sera la somme de tous les déplacements issus des systèmes à deux niveaux formés par la transition fondamentale déplacée et les niveaux environnants. Ce déplacement sera écrit comme :

$$\delta_{1p} = \frac{1}{4} \sum_i \frac{\Delta_{ij}}{\Delta_{ij}^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)} \left(\Omega_{ij}^{M/E}\right)^2 \quad (4.3)$$

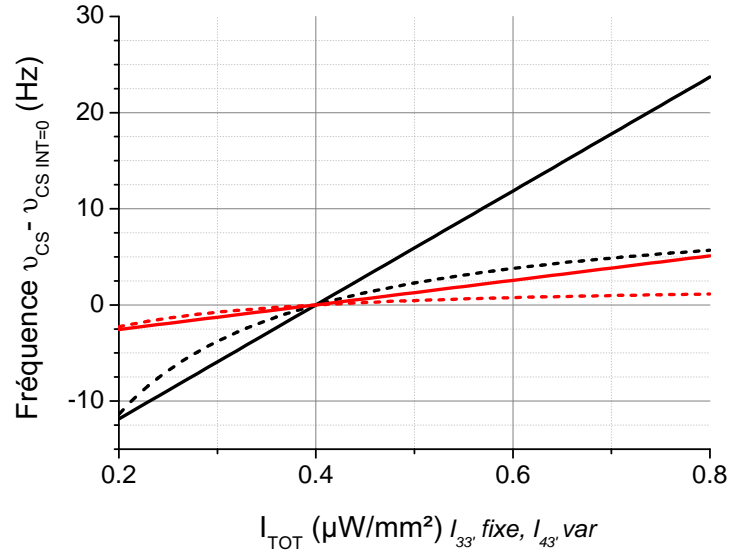


FIGURE 4.3: Calcul du déplacement lumineux CPT  $\delta_{CPTr}$  en fonction de la puissance totale lorsque  $I_{33'}=0.2\mu W/mm^2$  et  $I_{43'}$  est variable :  $I_{43'}=0-0.6\mu W/mm^2$ . Traits plein : modèle déplacement lumineux différentiel. Traits pointillés : modèle Zanon. Noir :  $\Delta_0 = 50$  MHz, Rouge  $\Delta_0 = 10$  MHz

$\Delta_{ij}$  est le désaccord optique entre le laser M/E et la transition entre les niveaux  $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$ .  $\Omega_{ij}^{M/E}$  est la fréquence de Rabi du couplage du laser M/E avec la transition  $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ . Afin de borner cette étude théorique à des déplacements de fréquences mesurables, le désaccord optique maximum engendrant le plus petit déplacement de fréquence mesurable a été calculé. Dans le cadre de cette étude, réalisée en mode continu  $\sigma^+$ , la résolution de notre mesure est de 0.5 Hz pic-pic. Une résolution supérieure est accessible avec un temps d'intégration plus long. Cependant cette contrainte a été jugée inutile dès lors que les effets que nous mesurerons dans la partie 4.3 sont de l'ordre de la dizaine de Hz. Nous cherchons alors la condition sur  $\Delta_{ij}$  qui donne un déplacement lumineux supérieur à quelques Hz. Admettons que  $\Delta_{ij} > \Gamma^*$ , il est alors possible d'approximer l'équation (4.3) par  $\delta_{1p} \approx \Omega_{ij}^{M/E}/\Delta_{ij}$ . Si l'intensité totale est de  $0.4 \mu W/mm^2$ , la condition  $\Delta_{ij} < 1$  THz devra être satisfaite pour que le déplacement lumineux soit mesurable. Dans le cas de la raie D1 du Césium, les transitions satisfaisant cette condition seront celles de la structure hyperfine, à la fois du niveau fondamental et excité, voir figure 4.4.

Le calcul du déplacement lumineux différentiel non résonnant résulte alors de trois types de couplage, voir équation (4.4). La contribution du couplage désaccordé de l'écart hyperfin excité sera notée  $\delta_E$  et correspond aux désaccords optiques  $\Delta_E = \Delta_0 - E$ . E est l'écart hyperfin entre les niveaux excités et vaut  $2\pi \times 1,168 \times 10^9 rad.s^{-1}$ . Le couplage avec les niveaux désaccordés d'au moins l'écart hyperfin fondamental  $G = 2\pi \times 9.192 \times 10^9 rad.s^{-1}$ , sera séparé en deux contributions. Le couplage vers le niveau F=4' sera noté

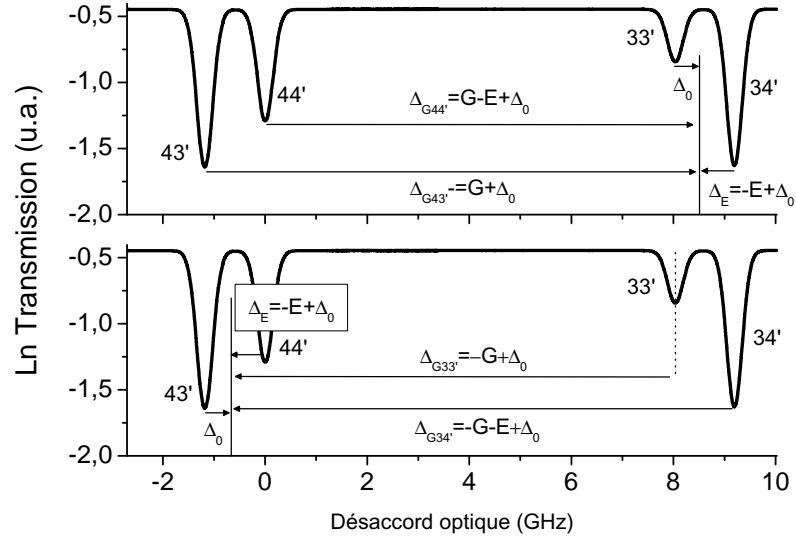


FIGURE 4.4: Spectre d'absorption d'une cellule Cs+30 torrs d'azote. Haut et bas, respectivement, désaccords optiques des transitions voisines lorsque les transitions quasi-résonantes sont  $|3\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et  $|4\rangle \rightarrow |3'\rangle$ .

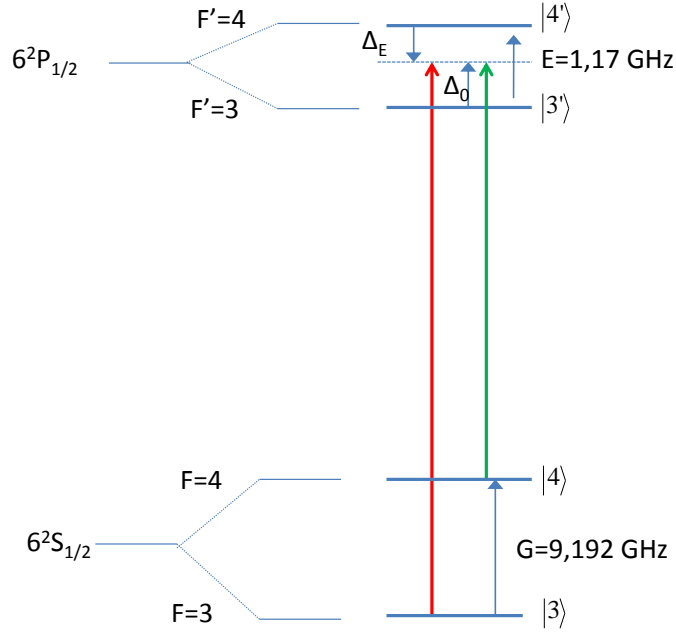


FIGURE 4.5: Schéma des niveaux d'énergie considérés.



$\delta_{G4'}$  et correspond à l'effet des transitions désaccordées de  $\Delta_{G44'}$  et  $\Delta_{G34'}$ , voir figures 4.4 et 4.5. Le couplage vers le niveau F=3' sera noté  $\delta_{G3'}$  et correspond à l'effet des transitions désaccordées de  $\Delta_{G33'}$  et  $\Delta_{G43'}$ .

$$\delta_{1p} = \delta_E + \delta_{G4'} + \delta_{G3'} \quad (4.4)$$

A partir des désaccords optiques détaillés dans le figure 4.4 il est possible de donner l'expression de chacun des termes de l'équation (4.4).

$$\delta_E = \frac{1}{4} \frac{\Delta_E}{\Delta_E^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} \left( (\Omega_{44'}^M)^2 - (\Omega_{34'}^E)^2 \right) \quad (4.5)$$

$$\delta_E = \frac{1}{4} \frac{\Delta_0 - E}{(\Delta_0 - E)^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} \left( (\Omega_{44'}^M)^2 - (\Omega_{34'}^E)^2 \right) \quad (4.6)$$

$$\delta_{G4'} = \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta_{G44'}}{\Delta_{G44'}^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} (\Omega_{44'}^E)^2 - \frac{\Delta_{G34'}}{\Delta_{G34'}^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} (\Omega_{34'}^M)^2 \right) \quad (4.7)$$

$$\delta_{G4'} = \frac{1}{4} \left( \frac{(G - E + \Delta_0)}{(G - E + \Delta_0)^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} (\Omega_{44'}^E)^2 - \frac{(-G - E + \Delta_0)}{(-G - E + \Delta_0)^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} (\Omega_{34'}^M)^2 \right) \quad (4.8)$$

$$\delta_{G3'} = \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta_{G43'}}{\Delta_{G43'}^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} (\Omega_{43'}^E)^2 + \frac{\Delta_{G33'}}{\Delta_{G33'}^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} (\Omega_{33'}^M)^2 \right) \quad (4.9)$$

$$\delta_{G3'} = \frac{1}{4} \left( \frac{(\Delta_0 + G)}{(\Delta_0 + G)^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} (\Omega_{43'}^E)^2 - \frac{(\Delta_0 - G)}{(\Delta_0 - G)^2 + \left(\frac{\Gamma^*}{2}\right)^2} (\Omega_{33'}^M)^2 \right) \quad (4.10)$$

$E = 2\pi \times 1,168 \times 10^9 \text{ rad.s}^{-1}$  est l'écart hyperfin des niveaux excités. L'écart hyperfin du niveau fondamental est  $G = 2\pi \times 9.192 \times 10^9 \text{ rad.s}^{-1}$ . La notation des fréquences de Rabi est détaillée dans le tableau 4.2.

### Bilan du déplacement lumineux calculé

Afin de déterminer l'amplitude du déplacement de fréquence issu des différentes contributions, nous avons tracé quatre graphiques regroupant à la fois les contributions résonantes, celles non résonantes ainsi que la somme de toutes, notée  $\delta_{LStot}$ . Les deux premiers, regroupés dans la figure 4.6, présentent l'évolution de chacune des contributions en fonction du désaccord optique dans deux cas : intensités laser déséquilibrées,

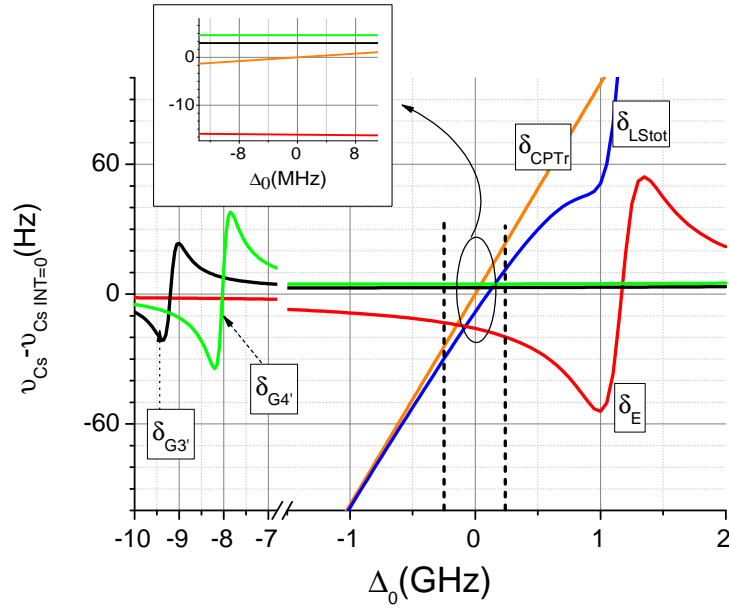
voir 4.6(a) puis équilibrées, voir 4.6(b). Les deux graphiques suivants présentent l'évolution du déplacement lumineux en fonction de l'intensité totale et à désaccord optique  $\Delta_0 = 0$ , dans les deux mêmes cas : intensités laser déséquilibrées, voir 4.7(a) puis équilibrées, 4.7(b). Rappelons que ces calculs ont été réalisés dans l'hypothèse où le signal CPT par couplage avec la transition non résonnante ( $F=4'$ ) est négligeable. Or, plus le désaccord optique devient grand, plus l'amplitude de la raie de résonance noire  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  devient grande proportionnellement à celle de la transition  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ . Ainsi, les courbes présentées ne sont valables que dans une zone proche de la résonance  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ , approximativement délimitée ici par les pointillés.

Lorsque les intensités sont fortement déséquilibrées, i.e.  $I_{43'} > 2 \times I_{33'}$ , les termes  $\delta_E$ ,  $\delta_{G3'}$  et  $\delta_{G4'}$  sont relativement constants avec le désaccord optique. En revanche le terme résonnant en dépend linéairement et donc  $\delta_{LSTOT}$  évolue linéairement. Lorsque les intensités sont équilibrées, ce terme résonnant ainsi que le terme  $\delta_E$  sont nuls ou quasi-nuls ( $\partial\delta_{LStot}/\partial\Delta_0 \leq 10^{-6}/\text{MHz}$ ). **Ainsi, à intensités équilibrées le déplacement lumineux est constant avec le désaccord optique.**

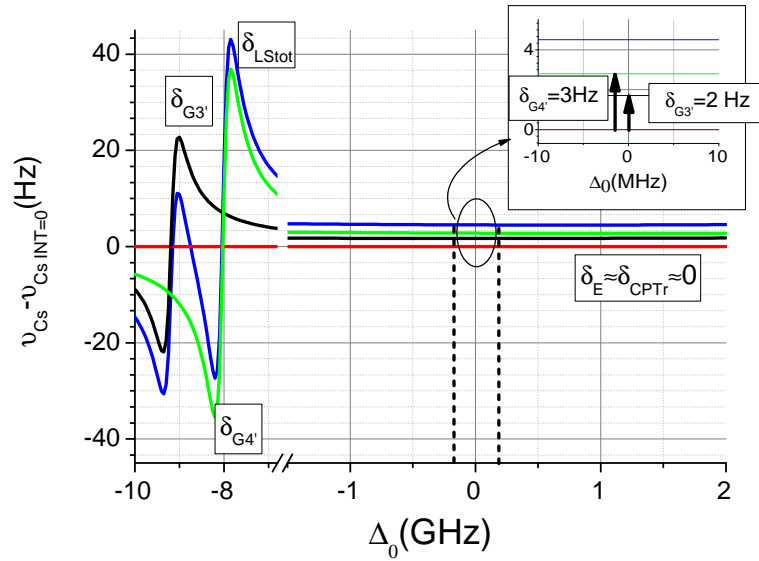
Concernant la dépendance à la puissance, deux comportements différents seront également distingués. Si **la puissance d'un laser est constante et que l'autre varie**, le terme  $\delta_E$  devient **dominant** dès que  $I_{43'}$  devient inférieur à  $0.8 \times I_{33'}$  ou supérieur à  $1.2 \times I_{33'}$ . Si nous considérons le cas où c'est la **puissance totale qui varie**, nous observons que  $\delta_E \approx \delta_R \approx 0$ , et que à intensités équilibrées c'est **la contribution des niveaux désaccordés de plusieurs GHz qui est à l'origine du déplacement lumineux.**

### 4.2.3 Effet Doppler

L'ajout du gaz tampon dans la cellule permet de confiner les atomes dans quelques  $\text{mm}^3$  pendant le temps de précession libre du fonctionnement horloge. Ce confinement, largement inférieur à la longueur d'onde micro-onde ( $\lambda_{mw} \approx 3 \text{ cm}$ ) de la transition d'horloge permet de supprimer l'effet Doppler micro-onde. Ce régime de travail est appelé régime de Dicke [30]. En revanche la longueur d'onde optique ( $\lambda_o \approx 1 \mu\text{m}$ ) est petite devant ce confinement et ne supprimera donc pas l'effet Doppler optique dans notre cellule. Comme le calcul de déplacement lumineux dépend du désaccord optique, il a semblé important d'estimer la contribution de cet effet Doppler. La distribution des vitesses axiales est tracée dans la partie haute de la figure 4.8, pour différentes températures. Les déplacements lumineux  $\delta_E$ ,  $\delta_{CPT_r}$  et  $\delta_{LStot}$  correspondants, i.e. intégrés sur les vitesses, sont présentés dans la partie basse. Remarquons que l'effet Doppler a tendance à diminuer l'amplitude du déplacement lumineux présentant une forme dispersive et qu'il ne modifie pas la forme linéaire. Ceci s'explique par le fait qu'une fonction de pondération paire n'a pas d'effet

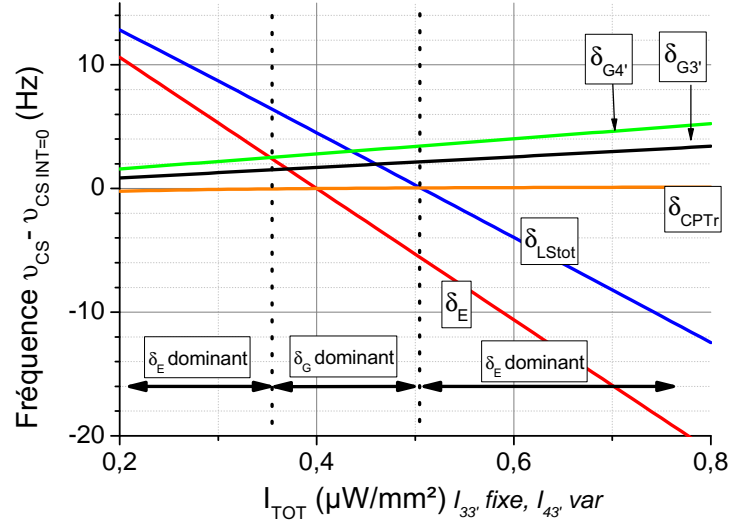


(a) Intensités déséquilibrées :  $I_{33'} = 0.2 \mu W/mm^2$ ,  $I_{43'} = 0.5 \mu W/mm^2$ .

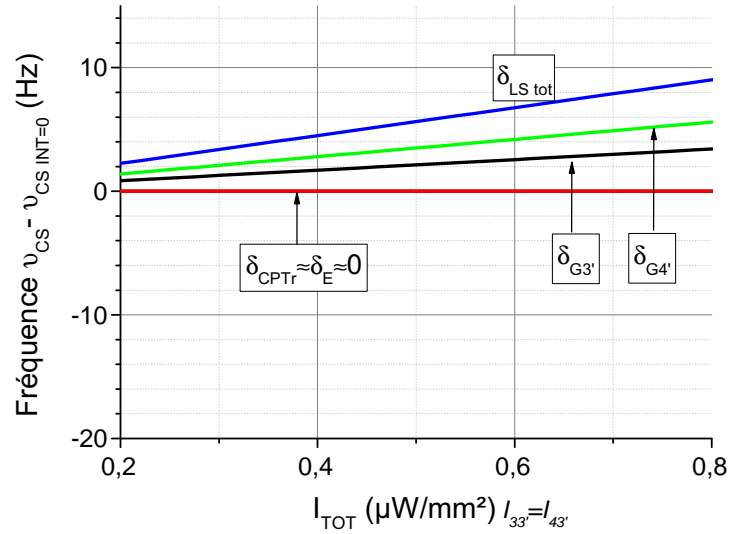


(b) Intensité équilibrées  $I_{43'} = I_{33'} = 0.2 \mu W/mm^2$ .

FIGURE 4.6: Déplacement lumineux calculé en fonction du désaccord optique  $\Delta_0$ . Noir :  $\delta_{G3'}$ , contribution du couplage vers  $F=3'$  des transitions désaccordées de plusieurs GHz. Vert :  $\delta_{G4'}$ , idem que pour noir, mais vers  $F=4'$ . Orange : contribution des transitions résonnantes. Rouge : contribution du couplage vers  $F=4'$  des transitions désaccordées de l'écart hyperfin excité. Bleu :  $\delta_{LSTOT}$ , somme des contributions résonnantes et non résonnantes.



(a) Intensités déséquilibrées : l'intensité sur 33' fixée à  $I_{33'} = 0.2 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . L'intensité  $I_{43'}$  est variable,  $I_{43'} = 0 - 0.5 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ .



(b) Intensités équilibrées  $I_{33'} = I_{43'}$ .

FIGURE 4.7: Déplacement lumineux calculé en fonction de la puissance totale. Désaccord optique  $\Delta_0 = 0$ . Noir :  $\delta_{G3'}$ , contribution du couplage vers  $F=3'$  des transitions désaccordées de plusieurs GHz. Vert :  $\delta_{G4'}$ , idem que pour noir, mais vers  $F=4'$ . Orange : contribution des transitions résonnantes. Rouge : contribution du couplage vers  $F=4'$  des transitions désaccordées de l'écart hyperfin excité. Bleu :  $\delta_{LSTOT}$ , somme des contributions résonnantes et non résonnantes.

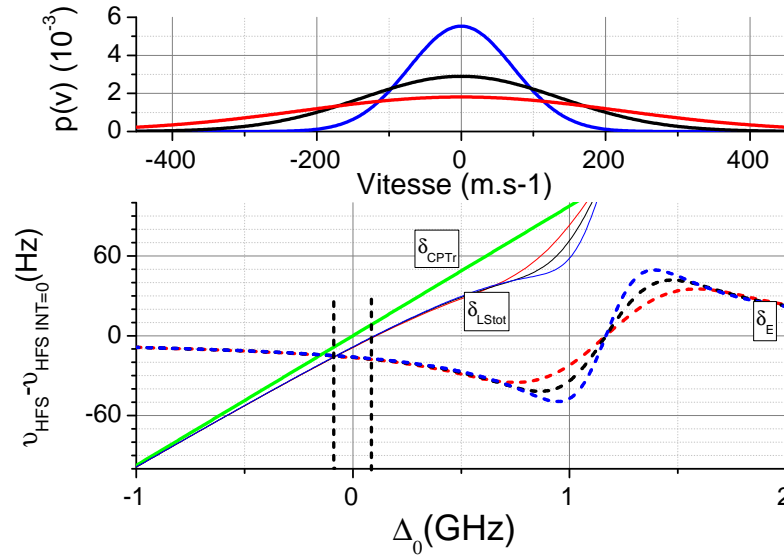


FIGURE 4.8: Haut : distribution des vitesses axiales des atomes dans la cellule pour différentes températures, respectivement  $-190$ ,  $29$  et  $500^\circ\text{C}$  pour les courbes bleues, noires et rouges. Bas : déplacement lumineux en fonction du désaccord optique, pour différentes températures de la cellule, (même code couleur que pour le haut). Vert :  $\delta_{CPT}$ , pointillés  $\delta_E$ , traits fins :  $\delta_{LStot}$ . Intensités déséquilibrées :  $I_{33'} = 0.2\mu\text{W}/\text{mm}^2$ ,  $I_{43'} = 0.5\mu\text{W}/\text{mm}^2$ .

sur une fonction linéaire ou constante. Ainsi, pour une horloge fonctionnant proche du désaccord optique nul (zone entre les pointillés sur 4.8) **les calculs de déplacements lumineux ne seront que très légèrement modifiés lors de la prise en compte de l'effet Doppler** car en ce point, leurs dépendances au désaccord optique sont soit linéaires ( $\delta_{CPT}$ ), soit constantes ou quasi-constantes ( $\delta_E$  et  $\delta_G$ ). A titre d'exemple, le taux de déplacement de puissance variera de  $1\text{ Hz}/\mu\text{W}/\text{mm}^2$  pour une variation de  $700^\circ\text{C}$ . Cependant, afin de pouvoir décrire les déplacements de puissance en toute conditions, tous les calculs qui suivent seront fait en tenant compte de l'effet Doppler.

#### 4.2.4 Déformation de la raie de résonance noire

Sous certaines conditions de désaccord optique et de déséquilibre de puissance, la raie d'absorption CPT peut être déformée. La figure 4.9 compare les formes de deux résonances noires calculées à l'état stationnaire [64], toutes deux désaccordées de  $1167\text{ MHz}$ . Les puissances sont équilibrées pour la courbe rouge, et déséquilibrées dans un rapport 1 à 4 pour la courbe noire. La puissance totale est la même pour les deux courbes. Ce déséquilibre de puissance est à l'origine d'une déformation. Dans le cas où le désaccord optique  $\Delta_0 = 0$ , il a été vérifié qu'un déséquilibre de puissance ne déforme pas la raie.

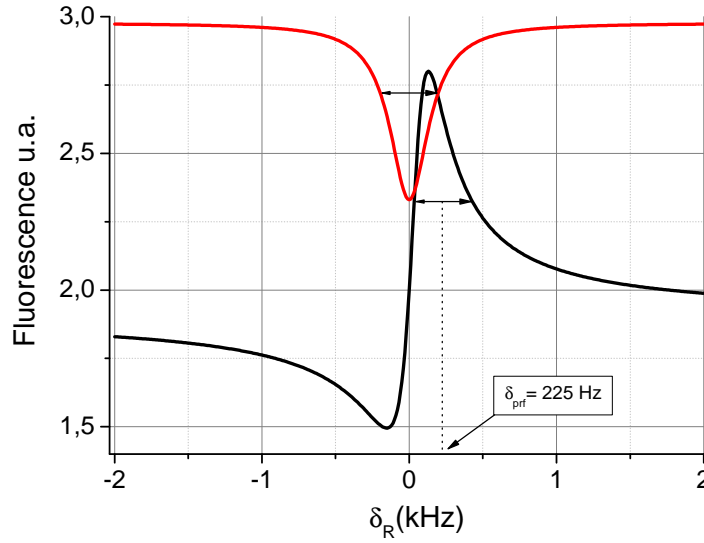


FIGURE 4.9: Fluorescence de la résonance noire calculée pour un désaccord optique  $\Delta_0 = 1.17 \text{ GHz}$ . Intensité totale  $= 0.5 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Rouge : intensités équilibrées. Noir : intensités déséquilibrées dans un rapport 1 pour 4, i.e. :  $I_{33'} = 4I_{43'} = 0.4 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ .

### Effet de la profondeur de modulation

Jusqu'ici, les calculs de déplacement lumineux ont été menés à profondeur de modulation nulle. Cependant, cette étude s'attache à comprendre à terme les effets de déplacement de puissance, en fonctionnement horloge. Dans ces conditions, une modulation carrée de fréquence est appliquée à la fréquence d'interrogation de manière à générer le signal de correction de l'oscillateur local. Dans le cas où la raie est déformée, cette modulation de fréquence peut être à l'origine d'un déplacement de fréquence  $\delta_{Prf}$ , voir figure 4.9. Parmi les différents effets calculés précédemment, seul le couplage résonant peut être à l'origine d'une déformation. Supposons une profondeur de modulation  $w_m$  égale à la demi-largeur  $\Delta\nu/2$ , et supposons un signal de résonance  $S(\delta_R)$  maximum en  $\Delta_R = 0$ , dont le sommet est décalé de  $\delta_{CPT_r}$ . Le calcul de l'influence de la déformation est effectué en cherchant le point de désaccord Raman  $\delta_{Prf}$  pour lequel  $S(\delta_{Prf} - \delta_{CPT_r} + w_m) = S(\delta_{Prf} - \delta_{CPT_r} - w_m)$ . Autour de  $S(\delta_{Prf} - \delta_{CPT_r} + w_m)$ , le signal vaut :

$$S(\delta_{Prf} - \delta_{CPT_r} + w_m) = S(-\delta_{CPT_r} + w_m) + \delta_{Prf} S'(-\delta_{CPT_r} + w_m) \quad (4.11)$$

Où  $S'(-\delta_{CPT_r} + w_m)$  est la pente du discriminateur de fréquence au désaccord Raman  $\delta_R = -\delta_{CPT_r} + w_m$ . La condition sur  $\delta_{Prf}$  qui donne  $S(\delta_{Prf} - \delta_{CPT_r} + w_m) = S(\delta_{Prf} - \delta_{CPT_r} - w_m)$  est :

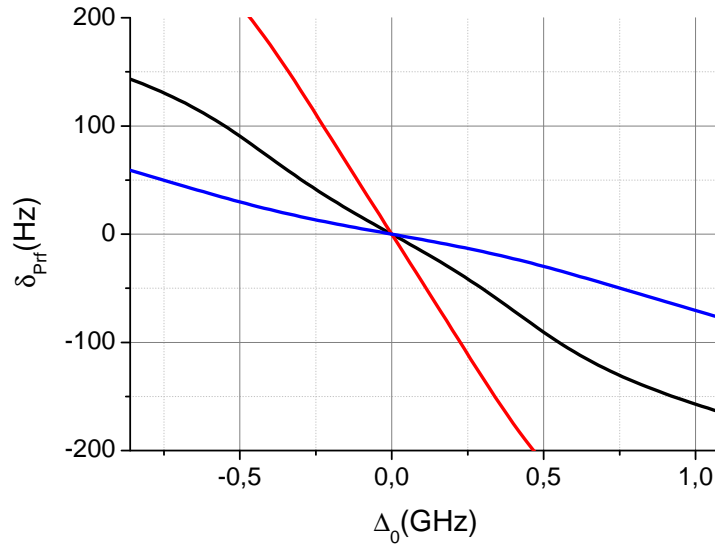


FIGURE 4.10: Déplacement de fréquence calculé en fonction du désaccord optique pour différentes profondeurs de modulation, 300, 150, 20 Hz pour les courbes rouge, noire et bleue. Intensités laser déséquilibrées  $I_{43'} = 2I_{33'} = 0.1\mu W/mm^2$ . La largeur  $\Delta\nu$  à  $\Delta_0 = 0$  est de 313 Hz

$$\delta_{Prf} = \frac{S(-\delta_{CPTr} - \omega_m) - S(-\delta_{CPTr} + \omega_m)}{S'(-\delta_{CPTr} + \omega_m) - S'(-\delta_{CPTr} - \omega_m)} \quad (4.12)$$

$S(\delta_{CPTr} - \omega_m) - S(\delta_{CPTr} + \omega_m)$  est le différentiel de signal mesuré après interrogation droite-gauche de la frange centrale. Un premier calcul montrant les tendances de la prise en compte de cet effet sera présenté, puis le taux de déplacement de fréquence dans les conditions expérimentales sera présenté.

Calcul de tendances : Via un modèle numérique calculant le profil de la raie CPT pour un modèle à trois niveaux, tenant compte de l'effet Doppler et cherchant la position de  $\delta_{Prf}$  qui équilibre le niveau de signal à  $\delta_{Prf} - \delta_{CPTr} \pm \omega_m$ , l'influence de la profondeur de modulation a pu être estimée, voir figure 4.10. Les intensités choisies sont celles qui permettent d'avoir une largeur  $\Delta\nu$  égale à la valeur expérimentale ( $\approx 300$  Hz). Notons une forte dépendance du déplacement de fréquence à la profondeur de modulation ainsi qu'un signe inverse de cette dépendance au désaccord optique.

La dépendance à la puissance d'un laser montre une courbe de forme logarithmique, dont le signe change avec le désaccord, voir figure 4.11. Enfin le taux de déplacement lumineux varie suivant une forme non-linéaire avec la profondeur de modulation.

Estimation de  $\partial\delta_{Prf}/\partial I_{33'}$  en conditions expérimentales : Cette estimation n'est pas simple car à ce jour, nous ne sommes pas sûrs que le calcul des fréquences de Rabi théoriques soit

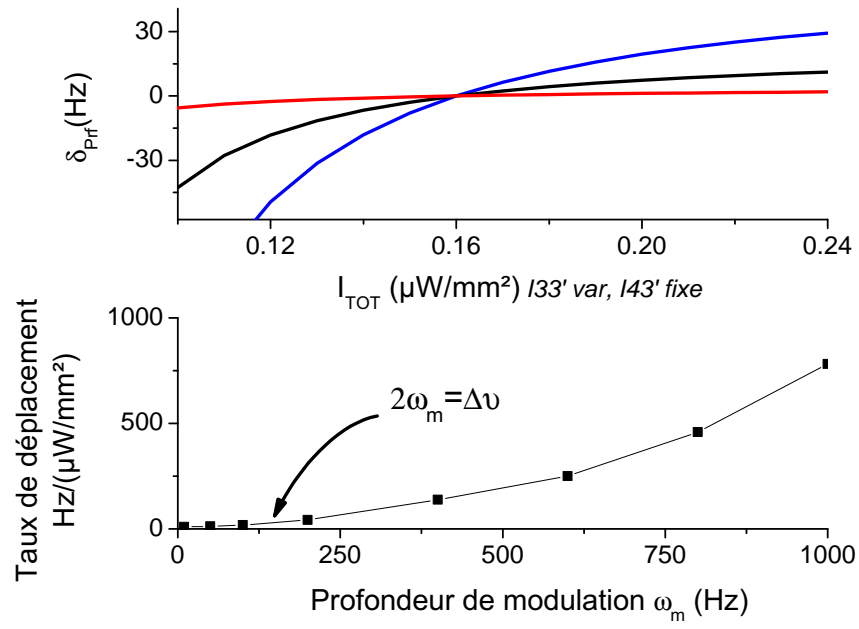


FIGURE 4.11: Haut : déplacement de fréquence calculé en fonction de  $I_{TOT}$  avec  $I_{33'}$  variable et  $I_{43'}$  fixe. Courbes bleue noire et rouge respectivement pour 1000, 600 et 200 Hz de profondeur de modulation. Bas : taux de déplacement de fréquence calculé par unité de puissance laser en fonction de la profondeur de modulation.  $\Delta_0 = +10$  MHz

en accord avec l'expérience. En effet le calcul théorique de la dépendance de la largeur de raie aux fréquences de Rabi est différent de la mesure, voir partie 4.3.1. Nous proposons donc ici de réaliser deux estimations. Pour la première les fréquences de Rabi  $\Omega_R$  sont calculées à partir des intensités mesurées en amont de la cellule et notées  $\Omega_I$ . Pour la seconde elles sont déduites de la mesure de largeur de raie et notées  $\Omega_{\Delta\nu}$ . Le désaccord optique sera choisi égal à 1.4 MHz, ce qui correspond au calcul de son incertitude, voir section 1.6.1. La profondeur de modulation est choisie égale à la demi-largeur.

| Configuration   | $\partial\delta_{Prf}/\partial I_{33'} \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ |                                 |
|---|--|---------------------------------|
|   | $\Omega_R = \Omega_I$  | $\Omega_R = \Omega_{\Delta\nu}$ |
| $\sigma^+$<br>$\Delta\nu = 300$ Hz quand<br>$I_{43'} = I_{33'} = 0.3\mu\text{W}/\text{mm}^2$        | 4.45   | 3.8                             |
| $\sigma^+\sigma^-$<br>$\Delta\nu = 1200$ Hz quand<br>$I_{43'} = I_{33'} = 1\mu\text{W}/\text{mm}^2$ | 4.85   | 4.2                             |

TABLE 4.3: Contribution théorique  $\delta_{Prf}$  de la profondeur de modulation au déplacement lumineux résonnant  $\delta_R$ .  $\Delta_0 = +1.4$  MHz. La profondeur de modulation est égale à  $\Delta\nu/2$

Quelque soit l'hypothèse choisie, l'amplitude de cette contribution reste de l'ordre de 3-5  $\text{Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ , voir tableau 4.3.



### Déformation par recouvrement partiel des transitions optiques

L'élargissement collisionnel des transitions optiques induit par les 21 torrs de gaz tampon est d'environ 350 MHz dans notre cellule. En ajoutant l'effet Doppler à cette largeur, nous comprenons que les transitions optiques séparées de l'écart hyperfin entre les niveaux excités  $\Delta_E = 1168$  MHz, vont partiellement se recouvrir. De ce fait, la position du minimum de transmission va se déplacer et, autour du désaccord optique nul, le fond Doppler pourra varier au premier ordre. Cet effet, qui va déformer la raie CPT et donc entraîner un déplacement de fréquence peut être modélisé comme suit : définissons la pente du discriminateur de fréquence  $\frac{\partial S}{\partial f}$  pour un désaccord Raman  $\delta_R \pm w_m$ , où  $w_m$  est la profondeur de modulation. Supposons également que la résonance est posée sur un fond  $y(f) = p_f * f + C$  de pente  $p_f$ . Le déplacement de fréquence, noté ici  $\delta_{fD}$  est donné pour une modulation carrée par :

$$\delta_{fD} = \frac{p_f \times w_m}{\frac{\partial S}{\partial f}} \quad (4.13)$$

L'application numérique de (4.13) donne un déplacement de fréquence de  $-0.3$  mHz, avec une raie CPT de 250 Hz de large, des intensités  $I_{33'} = I_{43'} = 0.2 \mu W/mm^2$ , une profondeur de modulation égale à la demi largeur  $\Delta\nu/2$ , un discriminateur de fréquence de  $2.8 \times 10^{-6}$  V/Hz et un fond Doppler de pente  $p_f = -6.5 \times 10^{-12}$  V/Hz. L'estimation de la variation de ce déplacement de fréquence en fonction de la puissance laser a été réalisée par une mesure, présentée en figure 4.12. Nous observons qu'en raison du recouvrement optique, le fond de la courbure Doppler se décale de  $\kappa$  vers la transition voisine lorsque la puissance augmente. Une contribution du recouvrement optique  $\delta_{fD} = -1.1$  Hz/ ( $\mu W/mm^2$ ) est mesurée lorsque  $I_{43'}$  varie. Nous avons vérifié que cette estimation était la même pour une variation de  $I_{43'}$  dans la limite de  $\pm 20\%$ . Cet effet est donc non négligeable mais petit devant les autres effets quantifiés précédemment, voir budget total 4.2.5.

### Déformation de la raie CPT par recouvrement des transitions CPT

Dans la suite de ce chapitre, nous serons amenés à considérer le recouvrement de résonances dont les états noirs sont orthogonaux, i.e. : dont la différence de phase de cohérence micro-onde sera  $\Delta_\phi = \pi$  radians. Ceci implique que lorsque l'une sera brillante, l'autre sera noire et vice-versa. Si leurs probabilités de transition sont égales, la raie CPT sera alors annulée. Concrètement, ce cas existe pour les transitions  $\sigma^+\sigma^-$  issues des couplages avec les niveaux  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$ , voir partie 1.7.7, où l'amplitude du signal total peut être calculée numériquement avec le modèle de la matrice densité. Cependant à cause des termes oscillants à plus de 1 GHz, il nécessite un pas de calcul très court, d'où des temps de calcul très longs. Aussi pour calculer les ordres de grandeurs, nous

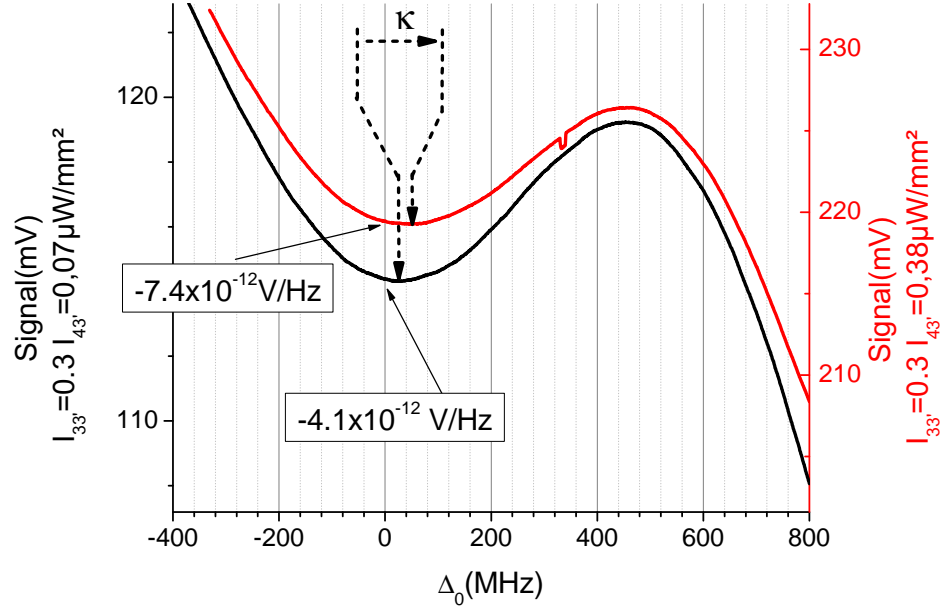


FIGURE 4.12: Signal à mi-hauteur de la raie de transmission CPT, en fonction du désaccord optique. Intensité déséquilibrées  $I_{33'} = 0.3 \mu W/mm^2$ .  $I_{43'} = 0.07$  et  $0.38 \mu W/mm^2$  respectivement pour les courbes noire et rouge.

ferons l'hypothèse simplificatrice que si deux CPT co-existent pour le même désaccord optique, le signal total noté  $S$  pourra être exprimé comme l'équation (4.14). Suivant la différence de phase de la cohérences micro-onde, les amplitudes des signaux pourront s'ajouter ( $\Delta_\phi = 0$ ) ou se soustraire ( $\Delta_\phi = \pi$  rad). Nous noterons  $S_{4'}$  et  $S_{3'}$  les niveaux des signaux CPT créés sur les transitions  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$ .

$$S = | S_{|3'\rangle} + e^{i\Delta_\phi} S_{|4'\rangle} | \quad (4.14)$$

Considérons maintenant un système CPT créé avec des puissances laser déséquilibrées, résonant avec la transition excitée  $F=3'$ . La raie d'absorption  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  ne sera pas déformée car son désaccord optique est nul. Supposons que du fait d'un élargissement collisionnel du même ordre de grandeur que l'écart hyperfin excité  $E$ , le résidu d'amplitude du CPT  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  soit non négligeable devant l'amplitude du CPT  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ . Le déplacement de fréquence dû à ce CPT non résonnant, noté  $\delta_D$  est calculé comme suit (détail du calcul dans l'Annexe A) :

$$\delta_D = \frac{e^{i\phi} (S_{|4'\rangle}(\Delta + \omega_m) - S_{|4'\rangle}(\Delta - \omega_m))}{2S'_{|3'\rangle}(\omega_m) + e^{i\phi} S_{|4'\rangle}(\Delta + \omega_m) - e^{i\phi} S_{|4'\rangle}(\Delta - \omega_m)} \quad (4.15)$$

Avec  $\Delta$  le déplacement de fréquence de la raie  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  par rapport à la raie  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ .

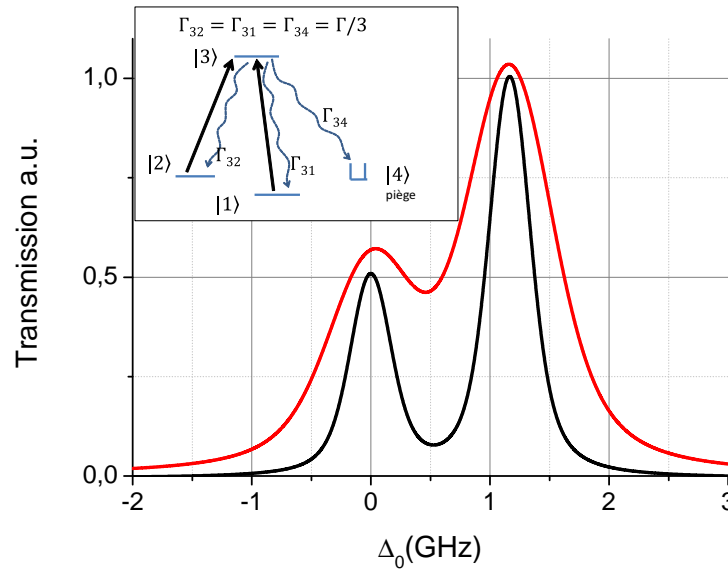


FIGURE 4.13: Amplitude calculée de la résonance noire en fonction du désaccord optique, avec (noir) ou sans (rouge) niveau piège, en configuration  $\sigma^+$ . Le calcul est réalisé comme suit : L'évolution de l'amplitude de la résonance noire en fonction du désaccord optique est tout d'abord calculé numériquement sur un système à trois (noir) ou quatre (rouge) niveaux à l'aide de la matrice densité. Le système à trois niveaux comprend deux niveaux fondamentaux 1 et 2 et un niveau excité 3. Le système à quatre niveaux comprend trois niveaux fondamentaux, 1, 2, 4 et un niveau excité 3. Les taux de relaxation du niveau excité vers les niveaux fondamentaux sont égaux. Ils valent donc  $\Gamma/2$  pour le système à deux niveaux et  $\Gamma/3$  pour le trois niveaux. En utilisant l'équation (4.14) et ses hypothèses, les profils de Voigt calculés sur  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  sont sommés. Paramètres du calcul numérique : temps de pompage 4 ms, largeur optique  $\Gamma^*=350$  MHz, relaxation cohérence optique  $\Gamma = \Gamma^*/2$  ou  $\Gamma^*/3$  respectivement pour les systèmes à trois ou quatre niveaux, intensité d'un laser  $I_l=0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Fréquence de Rabi  $3.16 \times 10^6 \times \sqrt{I_l}$  rad.s $^{-1}$ , taux de relaxation de la cohérence hyperfine  $\gamma_2 = 2\pi \times 10$  rad.s $^{-1}$ . Taux de relaxation des populations des niveaux fondamentaux  $\gamma_1=\gamma_2$ .

Une première estimation de l'amplitude d'un CPT non résonnant a été réalisée via un calcul numérique d'évolution de la matrice densité à trois niveaux, voir courbe rouge sur le graphique 4.13. Pour un piégeage cohérent de population résonnant avec  $F=3'$ , nous avons estimé que 0.8% de son amplitude vient de la transition  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$ . Cependant, une mesure de l'amplitude CPT en configuration  $\sigma^+$  et à puissance équilibrée, a montré que ce rapport de 0.8% est de l'ordre de 13% sur notre montage expérimental, voir courbe 4.18 de la section 4.3.

Une telle différence entre mesures et calculs pourrait venir du pompage optique qui piège les atomes dans les niveaux Zeeman extrêmes lorsque la polarisation laser est  $\sigma^+$ . En effet, notre calcul modélise un système à trois niveaux et ne représente donc pas l'ensemble de la structure réelle, qui met en jeu 32 niveaux. Comme proposé dans [70], cet état piège est modélisable par l'ajout d'un 4 $^e$  niveau peuplé par émission spontanée

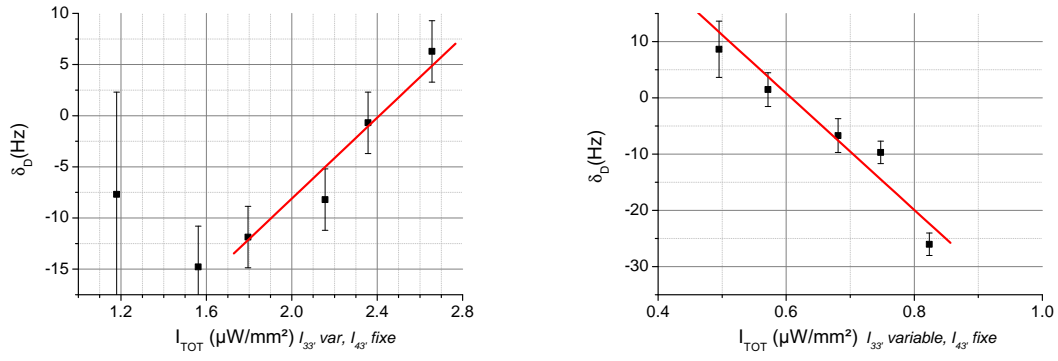
à partir des niveaux excités. Son terme de couplage avec les lasers est nul et son taux de relaxation des populations est égal à celui des autres niveaux fondamentaux. Ainsi, ce niveau se remplit par émission spontanée et se vide simplement par relaxation de sa population. Le comportement de l'amplitude normalisée de la raie CPT en fonction du désaccord optique avec état piège est comparé avec celui sans état piège sur la figure 4.13. Ces courbes sont le résultat d'un calcul numérique indépendant pour chacune des transitions  $|f \rightarrow 3'\rangle$  et  $|f \rightarrow 4'\rangle$ . Elles ont ensuite été sommées suivant les hypothèses de l'équation (4.14). Dans les deux cas (avec et sans piège) la dépendance de l'amplitude CPT au désaccord optique est ajustable avec un profil de Voigt de largeur lorentzienne égale à 200 MHz. En revanche les largeurs gaussiennes ajustées sont de 900 et 300 MHz pour les cas avec et sans piège. Elles indiquent très clairement que **le piège élargit la dépendance de l'amplitude en fonction du désaccord optique. L'estimation de la contribution du pic CPT  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  au CPT créé sur  $F=3'$  résonnant, évolue ainsi de 0.8% pour un modèle sans piège à 13% pour un modèle avec.**

Le calcul de la contribution de cet effet de recouvrement des raies CPT au déplacement de fréquence fait intervenir les discriminateurs de fréquences  $S'$ , leurs largeurs  $\Delta\nu$  ainsi que les niveaux de signal à la profondeur de modulation  $S(w_m)$ . A ce jour, les valeurs expérimentales de ces paramètres sont en désaccord avec nos modèles théoriques. Ainsi nous ne sommes pas en mesure de calculer la contribution de cet effet. Cependant, moyennant une hypothèse et considérant les propriétés suivantes, une estimation semi-empirique à partir de valeurs mesurées a pu être réalisée.

Hypothèse 1 : co-existence des raies CPT : c'est la même que pour l'équation (4.14), elle consiste à dire que deux raies CPT co-existant pour un même désaccord optique se somment ou se soustraient en fonction de la relation de phase de leur cohérence hyperfine. Cette hypothèse est une première approximation. La figure 4.24 montre que cette hypothèse ne rend pas bien compte du profil de raie pour tous les désaccords optiques. En effet, l'amplitude de la résonance noire en configuration  $\sigma^+\sigma^-$  montre une forme arrondie lorsqu'elle est proche de zéro alors que le calcul montre une forme pointue.

Propriété 1 : évolution linéaire de  $\Delta\nu$  : selon [26] la largeur de la transition évolue linéairement avec la puissance totale, indifféremment que les intensités soit équilibrées ou déséquilibrées. Ceci permet de retrouver la largeur  $\Delta\nu$  d'un pic déformé par recouvrement optique de la manière suivante. Nous mesurons d'abord  $\partial\delta\nu/\partial I_{TOT}$  lorsque  $I_{33'} = I_{43'}$ . Celle ci est facilement mesurable, car le pic n'est pas déformé quand  $I_{33'} = I_{43'}$ . Nous mesurons ensuite l'intensité totale lorsque  $I_{33'} \neq I_{43'}$  et retrouvons la largeur du pic déformé  $\Delta\nu_{I_{33'}=I_{43'}}$  par extrapolation linéaire.

Propriété 2 :  $S_{-\Delta_0}(+\delta_R) = S_{\Delta_0}(-\delta_R)$  : selon l'équation (4.2) la raie CPT subsistant pour un désaccord  $\Delta_0 = -1.17$  GHz est la fonction symétrique par rapport au désaccord



(a) Configuration  $\sigma^+\sigma^-$ .  $I_{43'}=1\mu W/mm^2$  et  $I_{33'}=0.2-1.8\mu W/mm^2$ . (b) Configuration  $\sigma^+$ .  $I_{43'}=0.3\mu W/mm^2$  et  $I_{33'}=0.2-0.6\mu W/mm^2$ .

FIGURE 4.14: Calcul des contributions du recouvrement CPT au déplacement de fréquence, en fonction de l'intensité totale avec  $I_{43'}$  fixe et  $I_{33'}$  variable. Points noirs : calcul. Rouge : ajustement linéaire sur les points autour de  $I_{33'}=I_{43'}$ . La profondeur de modulation est égale à la demi-largeur

Raman nul de la raie CPT existant à  $\Delta_0 = 1.17$  GHz. Une mesure du signal  $S_{4'}(+\Delta + w_m)$  désaccordé de  $+1.17$  GHz permettra de déduire le signal  $S_{4'}(-\Delta - w_m)$  à  $-1.17$  GHz.

Ces trois hypothèses ont permis de déduire les quatre paramètres  $S_{4'}(\Delta \pm w_m)$ ,  $S'_{4'}(\Delta \pm w_m)$ ,  $\Delta\nu$  et  $S'_{3'}(\pm w_m)$  à partir des mesures présentées en figure 4.19, afin d'estimer le déplacement de fréquence. La figure 4.14 présente le résultat de ce calcul pour les deux systèmes CPT étudiés dans ce chapitre :  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$ .

En conclusion, notons que  $\delta_D$ , la contribution du recouvrement CPT au déplacement de fréquence possède une signature bien particulière. En effet, le **signe de  $\delta_D$  en schéma  $\sigma^+$  est opposé à celui de la configuration  $\sigma^+\sigma^-$** . Cette inversion de signe n'est visible sur aucune autre contribution. Notons enfin que ces contributions sont ajustables avec une fonction linéaire autour de  $I_{33'}=I_{43'}$ .

### Autre cause possible de déformation de la raie CPT

Effet d'un milieu in-homogène sur le déplacement de fréquence : L'une des spécificités des montages travaillant avec des cellules de gaz chaud est d'avoir des épaisseurs optiques non négligeable. Celle-ci est de l'ordre de 0.5, ce qui signifie une transmission de deux tiers de l'intensité laser. Si cette transmission n'est pas la même pour chaque laser, alors les dernières tranches de gaz ne verront pas le même rapport d'intensité que les couches à l'entrée et le déplacement de fréquence y sera donc différent. Cet effet, modélisable par une intégration sur toutes les couches de gaz n'a jusqu'ici pas été pris en compte.

### 4.2.5 Budget total et conclusion des calculs

Les différentes contributions au déplacement de fréquence lorsque la puissance d'un laser varie ont été calculées pour des lasers résonnants avec les transitions fondamentales vers  $F'=3$  et un désaccord optique de l'ordre quelques MHz. Nous considérerons ici que ces effets ne sont pas interdépendants et qu'ils sont donc sommables pour déduire l'effet global sur la fréquence d'horloge. Le tableau 4.4 rappelle les symboles utilisés pour décrire les différentes contributions et les tableaux 4.5 et 4.6 présentent ces contributions respectivement pour une configuration  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$ .

Effet d'une variation de la puissance totale : En configuration  $\sigma^+$ , il est possible de noter la prédominance de l'influence des transitions désaccordées de  $\Delta_{G4'}$  et  $\Delta_{G3'}$ . Leurs déplacements lumineux s'ajoutent pour donner  $11.1 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ . En configuration  $\sigma^+\sigma^-$ , les déplacements lumineux des niveaux désaccordés de  $\Delta_{G4'}$  et  $\Delta_{G3'}$  sont en majeure partie compensés par ceux des niveaux désaccordés de  $\Delta_E$ , résultant en une faible dépendance de  $+0.77 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ .

Effet d'une variation de la puissance 33' : En configuration  $\sigma^+$ , le budget total est dominé par la contribution du CPT non résonnant à hauteur de  $-58.9 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$  autour de l'intensité totale de  $0.6 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Le signe est inversé par rapport à la configuration  $\sigma^+\sigma^-$  où le déplacement de puissance vaut  $+61.8 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$  autour de  $1.8 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . **Cette inversion de signe est extrêmement intéressante** car elle permet d'imaginer une **compensation du déplacement de puissance** de la transition d'horloge par une transition à  $\Delta m_F = 2$ .

Les fluctuations de désaccord optique n'ont pas été identifiées comme limitant la stabilité long terme de l'horloge. Nous n'avons donc pas calculé le taux de déplacement de fréquence par unité de fréquence optique en prenant en compte toutes les contributions. Nous pouvons cependant dire que dans le cas où les intensités sont équivalentes et la configuration de polarisation  $\sigma^+$ , la contribution totale de la somme des termes suivants :  $\delta_E, \delta_{G3'}, \delta_{G4'}, \delta_{Prf}, \delta_{fD}$  est de l'ordre de  $10 \text{ mHz/MHz}$ . Le terme  $\delta_D$ , dominant dans le calcul du déplacement de puissance, devra être calculé en priorité car il est susceptible de changer le signe de ce taux.

Les figures 4.15 illustrent les différentes contributions au déplacement de fréquence dans le cas où un seul laser varie. **Le rôle dominant de la déformation par recouvrement est très clairement visible. Cette contribution est de signe inversé pour les deux configurations  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$ .** Dans le cas  $\sigma^+\sigma^-$ , figure 4.15(b), notons que les contributions  $\delta_E, \delta_D, \delta_{Prf}, \delta_{CPT_r}$  se coupent en  $I_{TOT} = 2.4 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Ce point correspond à  $I_{33'}/I_{44'}=5/3$ , c'est à dire le point où les fréquences de Rabi  $\Omega_{33'}$  et  $\Omega_{44'}$  sont égales puisque les coefficients de Clebsch-Gordon associés sont dans le rapport  $\sqrt{3/5}$ .

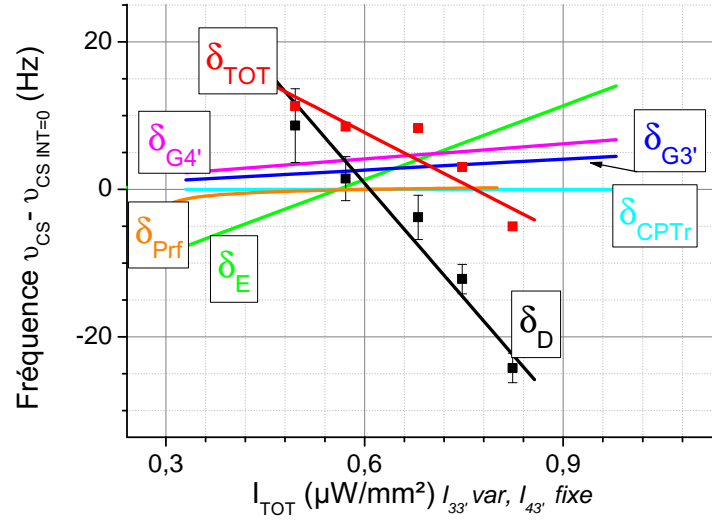
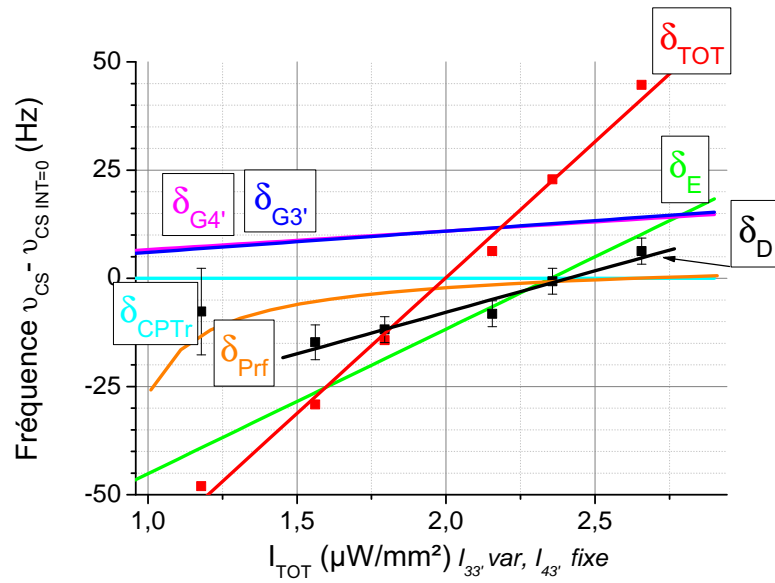
(a) Configuration  $\sigma^+$ .  $I_{43'} = 0.3 \mu W/mm^2$ .(b) Configuration  $\sigma^+\sigma^-$ .  $I_{43'} = 0.9 \mu W/mm^2$ .

FIGURE 4.15: Contributions au déplacement de fréquence calculées en fonction de la variation de puissance du laser 33', l'autre étant fixe. Points rouges : déplacement de puissance total. Points noirs :  $\delta_D$ , effet de la déformation par recouvrement CPT. Bleu turquoise :  $\delta_R$ , déplacement lumineux du CPT résonnant. Vert :  $\delta_E$ , déplacement lumineux du au couplage avec le niveau hyperfin excité. Bleu et Magenta,  $\delta_{G4'}$  et  $\delta_{G3'}$ , déplacement lumineux du au couplage avec les états désaccordés de l'écart hyperfin  $G \pm E$  résonnant avec 4' et 3' (voir 4.2.2). Orange :  $\delta_{Prf}$ , effet de la profondeur de modulation. Les lignes rouge et noire correspondent à des ajustements de fonctions linéaires sur les points issus du modèle pseudo-empirique présenté dans la section 4.2

| Origine de la contribution   | Symbole                       |
|--|-------------------------------|
| Recouvrement CPT   | $\delta_D$                    |
| Couplage à un photon non résonant avec le niveau hyperfin excité proche F=4'   | $\delta_E$                    |
| Couplage à un photon non résonant avec les niveaux hyperfins fondamentaux proches et le niveau hyperfin excité F=4' / F=3' | $\delta_{G4'} / \delta_{G3'}$ |
| Profondeur de modulation   | $\delta_{Prf}$                |
| Recouvrement optique   | $\delta_{fD}$                 |
| Couplage CPT   | $\delta_{CPTr}$               |

TABLE 4.4: Rappel des symboles utilisés pour décrire les différentes contributions au déplacement lumineux.

| Symbole         | $\frac{\partial\delta}{\partial I_{33'}}, I_{43'} \text{ fixe}$ | $\frac{\partial\delta}{\partial I_{TOT}}, I_{33'} = I_{43'}$ |
|-----------------|---|--|
| $\delta_D$      | <b>-103.1</b>   | $\approx 0$  |
| $\delta_E$      | <b>+33.4</b>  | $\approx 0$  |
| $\delta_{G4'}$  | +4.9  | <b>+6.8</b>  |
| $\delta_{G3'}$  | +6.9  | <b>+4.3</b>  |
| $\delta_{Prf}$  | +4  | $\approx 0$  |
| $\delta_{fD}$   | -1.1  | -1.1   |
| $\delta_{CPTr}$ | $\leq 1$  | $\leq 1$   |
| Total           | <b>-58.9</b>  | <b>+10.1</b>   |

TABLE 4.5: Calcul des taux de déplacement de fréquence par unité de puissance laser en  $(Hz/(\mu W/cm^2))$ , autour de  $I_{33'} = 0.3\mu W/mm^2$ .  $I_{43'} = 0.3\mu W/mm^2$ . Profondeur de modulation égale à la demi largeur de raie. Configuration  $\sigma^+$ .

| Symbole         | $\frac{\partial\delta}{\partial I_{33'}}, I_{43'} \text{ fixe}$ | $\frac{\partial\delta}{\partial I_{TOT}}, I_{33'} = I_{43'}$ |
|-----------------|---|--|
| $\delta_D$      | <b>+19.2</b>  | -  |
| $\delta_E$      | <b>+33.4</b>  | <b>-10.23</b>  |
| $\delta_{G4'}$  | +4.9  | <b>+5.5</b>  |
| $\delta_{G3'}$  | +4.3  | <b>+5.5</b>  |
| $\delta_{Prf}$  | +5  | -  |
| $\delta_{fD}$   | -   | -  |
| $\delta_{CPTr}$ | -   | -  |
| Total           | <b>+61.8</b>  | <b>+0.77</b>   |

TABLE 4.6: Calcul des taux de déplacement de fréquence par unité de puissance laser en  $(Hz/(\mu W/cm^2))$ , autour de  $I_{33'} = 1\mu W/mm^2$ .  $I_{43'} = 1\mu W/mm^2$ . Profondeur de modulation égale à la demi-largeur de raie. Configuration  $\sigma^+\sigma^-$ . Notons l'inversion de signe de  $\partial\delta/\partial I_{33'}$  par rapport à la configuration  $\sigma^+$ .

### 4.3 Étude expérimentale de l'effet de la puissance laser sur le déplacement de la fréquence d'horloge

Cette section sera consacrée à la mesure du déplacement de puissance. Le système de mesure sera tout d'abord détaillé avec le signal, la résolution et le montage permettant de moduler la puissance. Le déplacement de puissance sera ensuite présenté, ainsi que



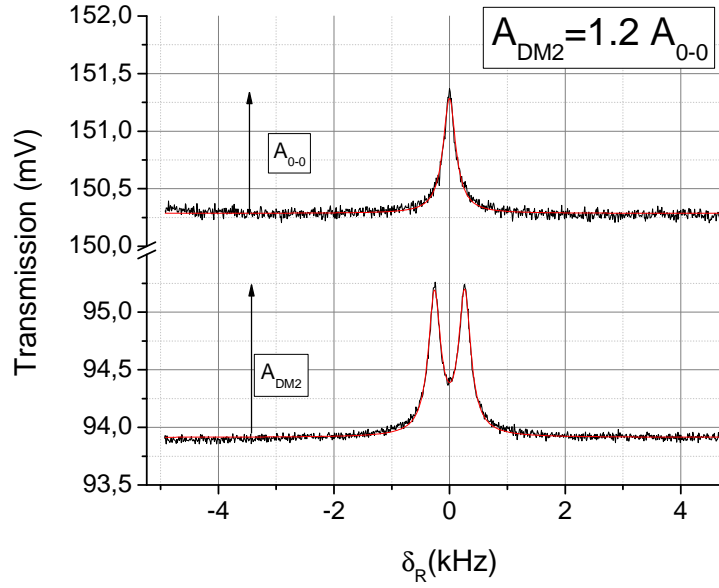


FIGURE 4.16: Haut : signal de transmission CPT en configuration  $\sigma^+$ . L'un des axes de la lame  $\lambda/4$  est à 45 degrés de l'axe du polariseur. Bas : signal de transmission CPT en configuration Lin||Lin. L'un des axes de la lame  $\lambda/4$  est confondu avec l'axe du polariseur. Noir : données. Rouge : ajustement de profils lorentziens sur les données.

$$I_{43'} = I_{33'} = 0.2 \mu W/mm^2$$

les mesures de recouvrement CPT et l'influence de la profondeur de modulation. Les déplacements de puissance en configuration de polarisation  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$  seront comparés.

#### 4.3.1 Configuration $\sigma^+$

Pour obtenir la configuration  $\sigma^+$ , un polariseur et une lame quart d'onde sont ajoutés au montage optique produisant la configuration Lin $\perp$ Lin. Le polariseur placé à 45 degrés parallélise les deux polarisations linéaires pour obtenir un schéma Lin||Lin. Comme présenté sur la figure 4.16, l'ajout d'une lame quart d'onde permet soit de conserver cet état de polarisation soit de basculer vers une polarisation  $\sigma^+$  en fonction de l'angle des axes de la lame  $\lambda/4$  par rapport à ceux du polariseur. Les transitions  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  sont symétriques et équivalentes. Ainsi, toutes les mesures faites sur l'une s'appliqueront à l'autre.

#### Résolution de la mesure

La plus petite fluctuation de fréquence  $\sigma_\nu$  décelable par notre système est égale au bruit de fréquence équivalent donné par le bruit d'amplitude. Elle est décrite par :

$$\sigma_\nu = \frac{\Delta\nu}{S/B} \quad (4.16)$$

$B$  est le bruit du signal, en volt, mesuré dans une bande de 16 Hz. Pour plus de précisions sur la manière de définir cette bande, voir la section 1.8 sur la séquence de mesure.  $S$  est l'amplitude de la raie d'absorption CPT, en volt et  $\Delta\nu$  est la largeur de la transition en Hz. La figure 4.17 présente l'évolution de cette résolution en fonction de la puissance totale. Un optimum est observable. Il correspond à la puissance pour laquelle l'augmentation du  $S/B$  ne permet plus de compenser l'élargissement par saturation de la raie, voir figure 4.17 haut. Une meilleure résolution serait accessible via une intégration du bruit sur une durée plus longue. Cependant, cette résolution de l'ordre du Hz nous a semblé suffisante étant donné que les phénomènes mesurés varient de plusieurs dizaines de Hz. Cette étude montre qu'en configuration  $\sigma^+$  les intensités de travail devront être de l'ordre de quelques dizaines de  $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ .

**Remarque :** l'évolution théorique de la largeur  $\Delta\nu$  en fonction de l'intensité totale est prédit par la formule (4.17) [26]. Nos mesures montrent une largeur plus faible que celle prévue par la formule. Cependant cette formule est valable pour un système à trois niveaux à l'état stationnaire. En configuration  $\sigma^+$ , le système n'est pas un système à trois niveaux fermé, il y a donc un effet de pompage. Des simulations ont été effectuées et ont montré que ces effets de pompage sont à l'origine d'un rétrécissement de la résonance. Le fait que notre système atomique réel n'est pas un système à trois niveaux fermé pourrait donc être à l'origine de l'écart entre la mesure et les calculs de largeur.

$$\Delta\nu = \frac{\gamma_2 + \frac{\Omega^2}{2\pi\Gamma^*}}{\pi} \quad (4.17)$$

Avec  $\Omega^2 = (\Omega_{43'}^M)^2 = (\Omega_{33'}^E)^2 = 6.2 \times 10^{12} \times I$  exprimé en  $\text{rad.s}^{-1}$ ,  $\Gamma^* = 350 \text{ MHz}$ ,  $\gamma_2 = 1/T_2$  est la relaxation de la cohérence hyperfine, et  $T_R = 4 \text{ ms}$ .

### Modulation de la puissance optique

La modulation de la puissance optique est réalisée par une lame à cristaux liquides placée avant le cube de superposition. En appliquant une rampe de tension sur l'amplitude de la modulation de la lame, la puissance du laser peut être continuellement variée. Dans le cas où cette rampe est lente devant le temps de réponse de l'asservissement de la fréquence d'horloge sur les atomes, cette mesure devient quasi-statique et n'est pas parasitée par la réponse dynamique de notre système.

### Mesure du recouvrement CPT

Comme présenté dans la section 4.2.4, l'estimation de la contribution de la déformation de la raie par recouvrement CPT est basée sur différentes mesures. Tout d'abord, une première mesure de l'évolution de l'amplitude en fonction du désaccord optique a permis de montrer que l'amplitude CPT se comportait différemment de notre première estimation théorique. En effet, un recouvrement de la raie CPT  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  sur la raie

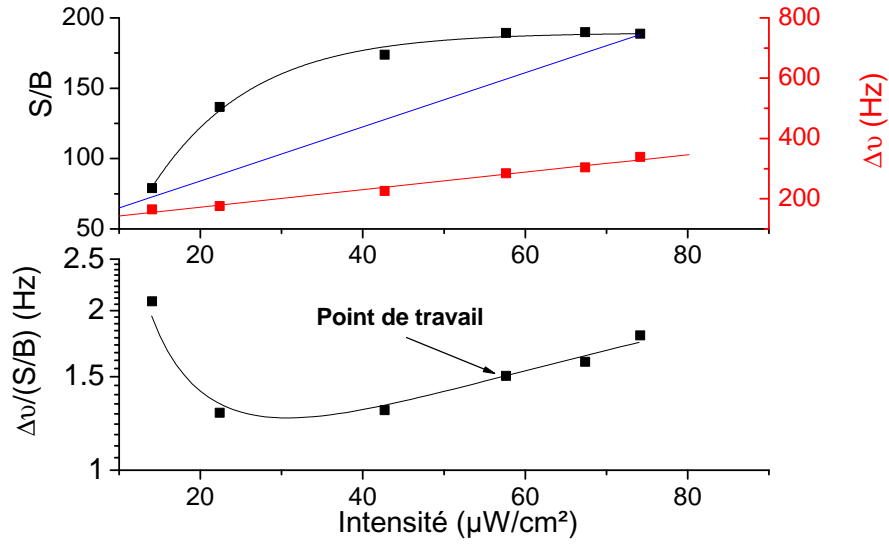


FIGURE 4.17: Configuration  $\sigma^+$ . Haut gauche : points noirs : rapport signal à bruit  $S/B$  en fonction de l'intensité totale. Le bruit est mesuré dans une bande de 16Hz-40kHz, voir paragraphe 1.8 sur la séquence. Ligne noire : ajustement d'une fonction en  $A(1-\exp(-I/\text{Tau}))$ . Haut-droit : points rouges : mesure de largeur de la raie CPT, ligne : ajustement linéaire sur les données. Ligne bleue : calcul de  $\Delta\nu$  avec formule (4.17). Bas : résolution de mesure en fonction de l'intensité totale

$|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  de l'ordre de 15 % de l'amplitude de cette dernière (soit 13% de l'amplitude totale) a été déduit de l'ajustement d'une somme de profils de Voigt sur les données, voir figure 4.18. Les profils de Voigt sont le résultat d'une simulation numérique avec matrice densité comprenant un système à quatre niveaux dont un état piège. L'ajustement n'a été réalisé que sur l'amplitude de ces profils. Ce chiffre de 13% diffère de notre première estimation théorique de 0.8% pour un système à trois niveaux et a conduit à la prise en compte de l'effet de recouvrement CPT dans l'étude du déplacement de fréquence.

La caractérisation du pic responsable de ce recouvrement a été réalisée comme suit. Selon l'hypothèse 3 de la section 4.2.4, en mesurant le signal  $S_{4'}$  désaccordé de  $\Delta_0 = +1.17$  GHz, nous pourrions en déduire le niveau du signal  $S_{4'}$  situé à  $\Delta_0 = -1.17$  GHz. La courbe 4.19(a) présente la raie de transmission  $S_{4'}$ , pour  $\Delta_0 = +1.17$  GHz en partie haute et la compare avec le signal  $S_{3'}$  en partie basse. Notons la déformation importante de  $S_{4'}$ . A partir de courbes de ce type, les quatre paramètres  $S_{4',+\Delta_0}(+\Delta \pm w_m)$  (voir figure 5.2(b))  $S'_{4',+\Delta_0}(+\Delta \pm w_m)$ ,  $S_{3'}(\pm w_m)$  et  $\Delta\nu$ , ont pu être mesurés et le déplacement de fréquence a pu être estimé.

### Mesure du déplacement de puissance

Tout d'abord, la figure 4.20 présente le résultat des mesures de déplacement de puissance dans trois cas différents. En bleu, les puissances des deux lasers restent égales. En rouge

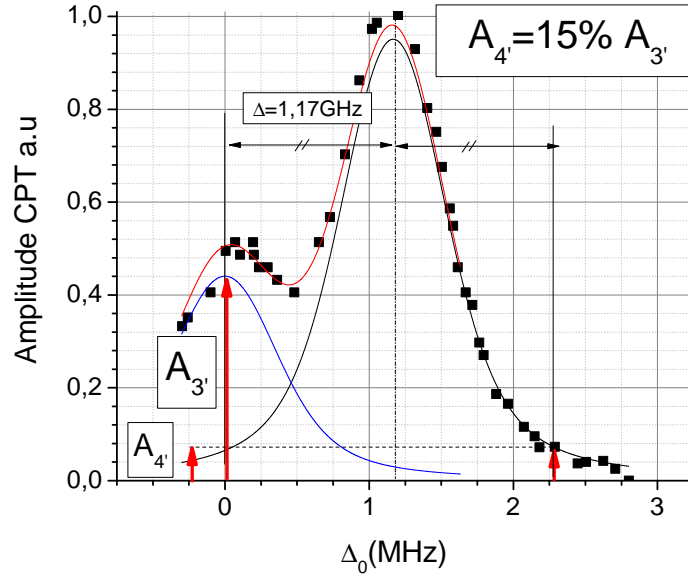


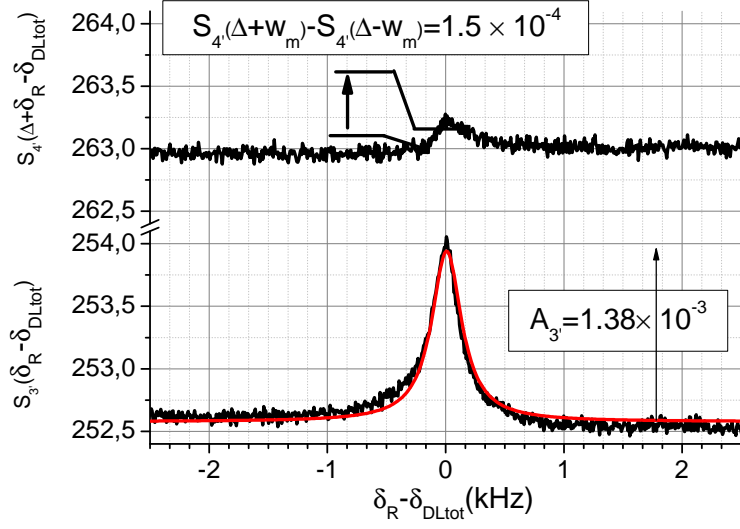
FIGURE 4.18: Amplitude de la résonance noire en fonction du désaccord optique. Configuration  $\sigma^+$ . Points noirs : mesures. Ligne noire et bleue : profils de Voigt issus du calcul numérique avec état piège, les amplitudes des profils de Voigt ont été ajustées. Ligne rouge : somme des profils en utilisant l'équation (4.14).

$I_{33'}$  varie et  $I_{43'}$  reste fixe, en noir c'est l'inverse. Les variations des intensités  $I_{33'}$  et  $I_{43'}$  produisent des déplacements de fréquence inversés. Autour de  $0.6 \mu\text{W}/\text{mm}^2$  de puissance totale, ils valent  $-31$  et  $45 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$  respectivement. La fluctuation simultanée des deux intensités produit un effet moindre de l'ordre de  $10 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ . Cette valeur est proche de la demi-somme des contributions indépendantes de chaque laser. Notons une différence de forme suivant le laser, linéaire pour une variation de  $I_{43'}$  et non linéaire pour  $I_{33'}$ .

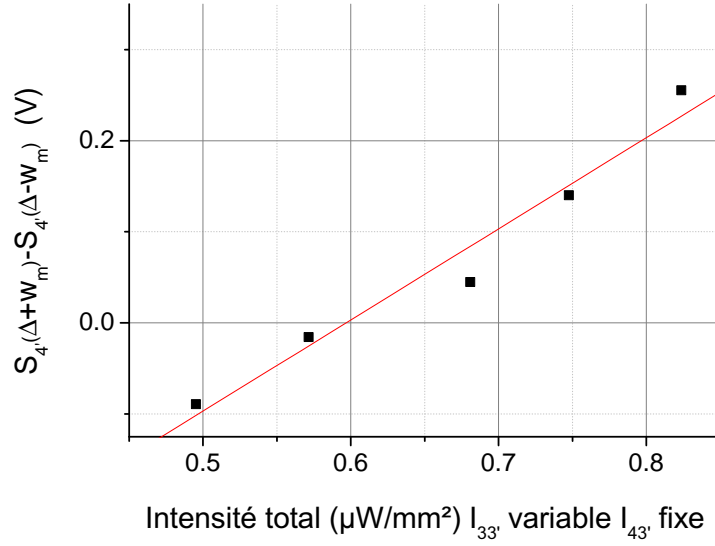
### Comparaison entre calculs et mesures

La comparaison entre les mesures et les calculs réalisés avec l'ensemble des contributions détaillées dans la section 4.2 et résumé en figure 4.21. Une adéquation raisonnable est à noter. Quand  $I_{33'}$  varie, les calculs prévoient bien un déplacement de fréquence négatif de l'ordre de plusieurs dizaines de Hz par  $\mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Notons cependant la présence d'un offset inexpliqué et d'une forme non linéaire. Cette non linéarité pourrait venir d'une autre source de déformation. En effet, il a été vu dans la section 4.2.4 qu'un pic déformé et dont la fréquence centrale est mesurée à une certaine profondeur de modulation peut être à l'origine d'un profil non linéaire, voir figure 4.11.

La dépendance de la fréquence à une même fluctuation des deux lasers est bien décrite par notre modèle semi-empirique. La légère différence de pente pourrait venir de fréquences de Rabi sur-évaluées. En effet, celles-ci ont été calculées à partir des intensités entrantes dans



(a) Haut : signal  $S_{4'}$  à  $\Delta_0 = +1.17$  GHz. Bas : noir :  $S_{4'}$  à  $\Delta_0 = 0$ , Rouge : ajustement d'un profil lorentzien sur les données. Intensités déséquilibrées :  $I_{33'} = 0.4 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ ,  $I_{43'} = 0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ .



(b) Mesure de la différence  $S_{4',+\Delta_0}(+\Delta - w_m) - S_{4',+\Delta_0}(+\Delta + w_m)$  pour  $I_{33'}$  variable et  $I_{43'} = 0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Noir : données. Rouge : ajustement linéaire sur les données.

FIGURE 4.19: Mesure des paramètres pour l'estimation de l'influence du recouvrement CPT sur le déplacement de fréquence. Configuration  $\sigma^+$

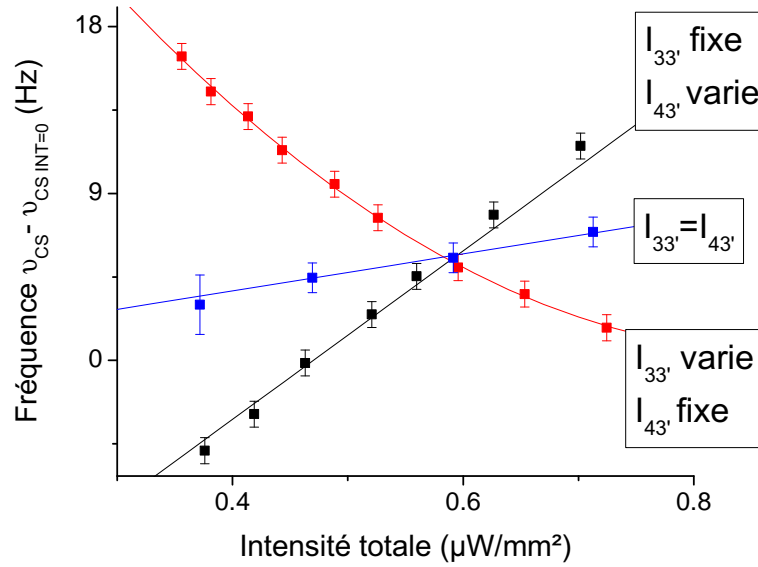


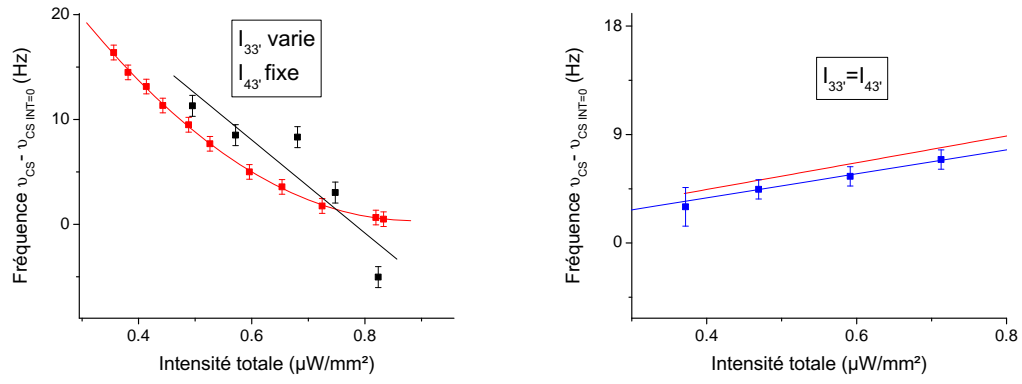
FIGURE 4.20: Mesure du déplacement de la fréquence en fonction de la puissance totale. Configuration  $\sigma^+$  Bleu :  $I_{33'} = I_{43'}$ , Rouge  $I_{33'}$  varie et  $I_{43'} = 0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Noir  $I_{43'}$  varie et  $I_{33'} = 0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Profondeur de modulation  $w_m$  égale à la largeur de raie  $\Delta\nu$  quand  $I_{43'} = I_{33'}$ . Ligne bleue et noire, ajustement linéaire sur les données. Ligne rouge, ajustement polynomial d'ordre 2 sur les données.

la cellule. Cependant, notre milieu atomique est optiquement épais et absorbe environ un tiers de la puissance incidente. Ainsi les atomes proches de la paroi de sortie seront éclairés par une plus faible intensité que ceux proches de la paroi d'entrée. Il faudrait alors calculer une fréquence de Rabi effective à partir de l'intensité moyenne vue par les atomes de la cellule.

### Influence de la profondeur de modulation

La figure 4.22(a) illustre le caractère clé de la profondeur de modulation. Le taux de déplacement de fréquence à une variation de l'intensité laser  $I_{33'}$  proche de  $0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$  y est tracé en fonction de la profondeur de modulation. Notons tout d'abord que ce taux varie, ce qui est la signature d'une raie asymétrique. Notons ensuite que ce taux peut changer de signe. En effet pour  $w_m$  égal à 20 et 300 Hz, le taux passe de 8 à -40  $\text{Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ .

Enfin de manière à comparer notre système atomique  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  avec un autre, nous avons mesuré le déplacement de puissance sur la transition  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$ , voir figure 4.22(b). Notons que lorsque les intensités sont égales, les fréquence de Rabi sont plus grandes sur cette transition, i.e.  $\Omega_{4'} = \sqrt{5/3} \Omega_{3'}$ . Tout d'abord, notons que le déplacement est de signe inverse, ce qui est prédit par notre modèle. En effet les contributions principales au déplacement de puissance sont liées au niveau hyperfin excité (déplacement lumineux non résonnant  $\delta_E$  et recouvrement CPT  $\delta_D$ , voir budget totale dans la section 4.2.5).



(a)  $I_{33'}$  variable et  $I_{43'} = 0.3 \mu\text{W/mm}^2$ . Points rouges : données. Ligne rouge, ajustement polynomial d'ordre 2 sur les données expérimentales. Points noirs : calcul semi-empirique. Ligne noire : ajustement linéaire sur les points du calcul.

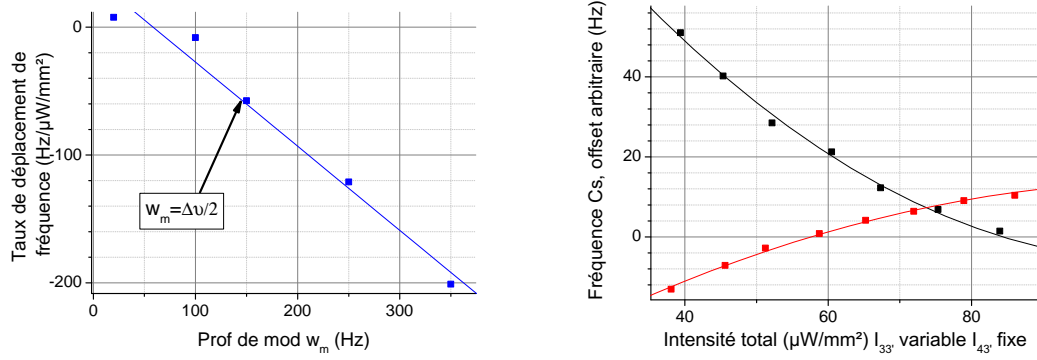
(b)  $I_{33'} = I_{43'}$ . Points bleus : données. Ligne bleue, ajustement sur les données. Ligne rouge : Resultat du calculs avec modèle semi-empirique.

FIGURE 4.21: Comparaison des mesures et calculs des déplacements de puissance. Le calcul prend en compte l'ensemble des contribution détaillées dans la section 4.2 et résumé dans la section 4.2.5. Configuration  $\sigma^+$ .

Ce niveau est désaccordé de  $\Delta_E = \pm 1167 \text{ MHz}$  suivant le niveau excité utilisé. Or nos contributions principales étant des fonctions impaires centrées sur  $\Delta_E$ , elles suivront le signe de  $\Delta_E$  et contribueront positivement ou négativement au déplacement de puissance suivant que le niveau hyperfin est situé à plus ou moins  $\Delta_E$ . Notons également que le déplacement de puissance sur  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  est plus faible. Le modèle semi-empirique n'a pas été re-calculé pour confirmer cette mesure et une évaluation intuitive de l'amplitude du déplacement de puissance est difficile car plusieurs effets de signes opposés se combinent. Comme  $\Omega_{4'}$  est supérieure à  $\Omega_{3'}$ , nous nous attendons à ce que  $\delta_E$  soit plus petit, voir section 4.2.5. Le terme  $\delta_D$  devrait lui aussi diminuer étant donné que le recouvrement CPT est beaucoup plus faible dans le cas de la transition  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$ . Il vaut 3% contre 15 % dans le cas de la transition  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ . Les effets diminuent tout les deux, il faut donc faire le calcul complet pour conclure.

### Conclusion sur les mesures

Notre modèle semi-empirique est en accord qualitatif avec nos mesures. C'est un premier pas dans la compréhension des effets de puissance sur la fréquence d'un signal de résonance noire en configuration  $\sigma^+$ . Il faudrait cependant réaliser une vérification sur une autre transition, par exemple  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  pour être sûr qu'il est valable.



(a) Taux de déplacement de fréquence en fonction de la profondeur de modulation. Configuration  $\sigma^+$ .

(b) Comparaison du déplacement de fréquence entre les transitions  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ , respectivement courbe rouge et noire. Intensité du laser résonnant avec le niveau F=3 vers excité variable et intensité du laser résonnant avec le niveau F=4 vers excité fixée à  $0.36 \mu W/mm^2$ . Points : mesures. Ligne : ajustement polynomial d'ordre deux sur les données.

FIGURE 4.22: Mesures complémentaires du déplacement de fréquence. Configuration  $\sigma^+$

### 4.3.2 Configuration $\sigma^+\sigma^-$

On présente ici la même démarche que dans la section précédente, mais pour la configuration  $\sigma^+\sigma^-$ . Cette étape a pour premier but de compléter la caractérisation du déplacement de fréquence des transitions impliquées dans le schéma Lin⊥Lin. Dans un second temps elle permet de compléter la compréhension de notre modèle semi-empirique, en le testant sur une autre transition. Rappelons que les transitions  $\sigma^+\sigma^-$  et  $\sigma^-\sigma^+$  sont symétriques et équivalentes. Ainsi, toutes les mesures faites sur l'une s'appliqueront à l'autre.

#### Conditions de mesure

Pour obtenir une configuration  $\sigma^+\sigma^-$ , une lame quart-d'onde a été ajoutée au montage optique de la configuration Lin⊥Lin. La figure 4.23 présente l'état du signal atomique en fonction de l'angle de cette lame par rapport aux axes du cube de superposition des faisceaux, voir section 1.7.1. Lorsque les axes sont parallèles à un axe du cube, la lame quart d'onde n'agit pas sur la forme du signal. En revanche, lorsque l'axe vaut 45 degrés, cette lame circularise en sens inverse les deux polarisations linéaires orthogonales pour donner le schéma  $\sigma^+\sigma^-$ . Dû à la biréfringence des différents éléments du banc optique, la polarisation à l'entrée de la cellule n'est pas parfaitement orthogonale et rectiligne. Ainsi, en sortie de la lame  $\lambda/4$ , la polarisation n'est pas parfaitement  $\sigma^+\sigma^-$  et l'annulation de la transition d'horloge n'est pas mieux que 12% de la transition  $\Delta m_F = 2$ .



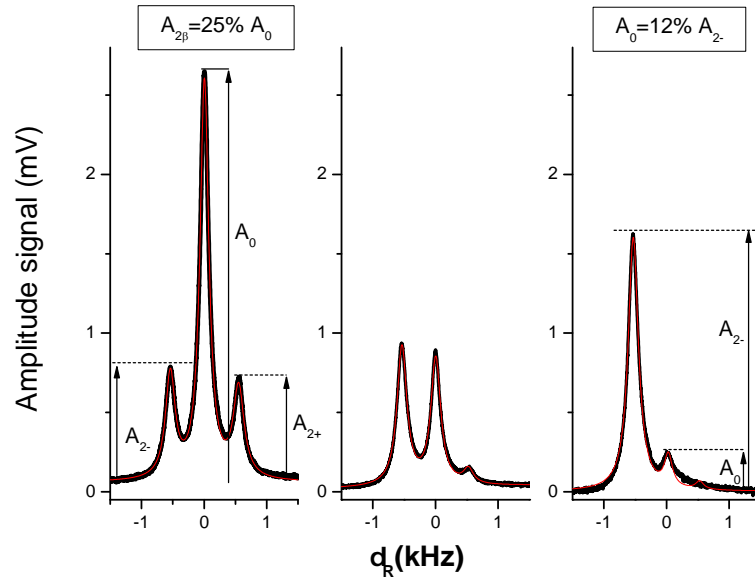


FIGURE 4.23: Signal atomique obtenu en fonction de l'angle  $\Theta$ , défini comme l'angle entre l'axe rapide de la lame  $\lambda/4$  et la normale de la table optique. Gauche : schéma Lin $\perp$ Lin,  $\Theta = 0$ . Milieu : schéma intermédiaire,  $\Theta = \pi/8$  rad. Droite : schéma  $\sigma^+\sigma^-$ ,  $\Theta = \pi/4$  rad. Champ magnétique =  $98 \mu T$

#### Amplitude de la résonance noire en fonction du désaccord optique

La spécificité de cette configuration laser est de créer des états noirs  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  orthogonaux. Ainsi lorsque le désaccord optique est balayé pour passer continûment d'un état à l'autre, l'amplitude de l'état noir passe par 0. En ce point ( $\Delta_0 = 600$  MHz), les amplitudes des deux états orthogonaux sont égales et s'annulent, voir figure 4.24. La courbe rouge correspond au résultat du calcul de l'équation (4.14), où les signaux sont des profils de Voigt ajustés en amplitude et en largeur sur les données. Notons que cette équation fonctionne relativement bien, sauf dans la zone proche de l'annulation du signal, i.e.  $\Delta_0 \approx 600$  MHz, où il n'est pas possible de simplement soustraire les amplitudes des deux états noirs considérés chacun indépendamment.

#### Mesure du déplacement de puissance, configuration $\sigma^+\sigma^-$

Les mesures de déplacement de fréquence sont présentées en figure 4.25. Les variations des intensités  $I_{33'}$  et  $I_{43'}$  produisent des déplacements de fréquences symétriques et de signes opposés. Contrairement au cas  $\sigma^+$ , le déplacement est très faible lorsque les intensités restent équilibrées. La comparaison avec les calculs tenant compte de tous les effets détaillés dans 4.2 montre une adéquation d'ordre de grandeur, voir figure 4.26. En effet, la pente mesurée du déplacement de fréquence en fonction de la variation de l'intensité  $I_{33'}$  est trois fois plus grande que celle calculée. Une raison probable de cette différence est la sous-estimation de la déformation de la raie. Dans notre modèle, la seule source de déformation considérée pour une raie CPT créée à  $\Delta_0 \approx 0$  est la contribution du

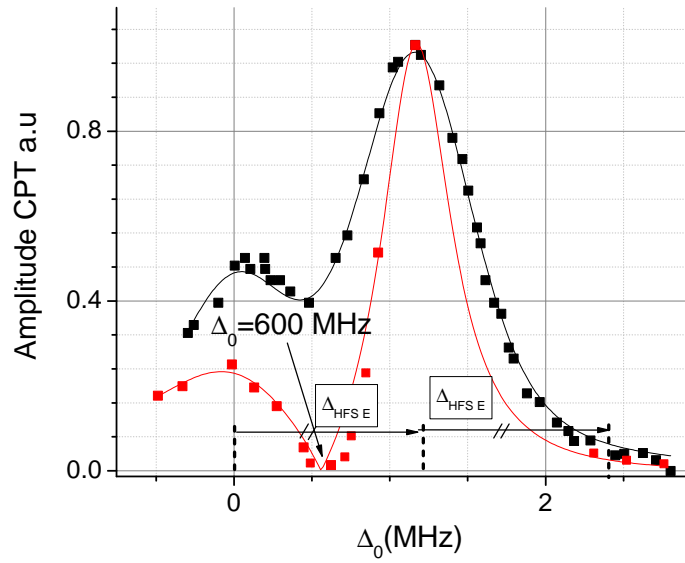


FIGURE 4.24: Amplitude du signal CPT en fonction du désaccord optique. Points noirs et rouge : mesures en configuration  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$  respectivement. Ligne noire : somme de profils de Voigt calculés à partir du même calcul numérique que 4.13, l'amplitude est ajustée. Ligne rouge : valeur absolue de la différence de deux profils de Voigt ajustés en largeur et en amplitude.

recouvrement CPT. Pour vérifier cette supposition, un signal CPT uniquement déformé par recouvrement CPT a été reconstruit. Il est composé d'une lorentzienne ajustée sur le signal mesuré, à laquelle le signal expérimental  $\sigma^+\sigma^-$  de recouvrement a été ajouté suivant l'équation (4.14). La figure 4.26(b) compare les données réelles en noir, le signal reconstruit en rouge et la lorentzienne en bleu. Il est clairement visible que la déformation est beaucoup plus importante sur les données mesurées que sur le signal reconstruit. La déformation due au recouvrement est donc sous-estimée. Une première explication serait que l'équation (4.14) n'est pas bonne pour deux raies orthogonales. Pour le vérifier il faudrait modéliser un système à quatre niveaux avec le formalisme de la matrice densité. Ce système comprendrait 2 niveaux excités, décalés de 1.17 GHz et deux niveaux fondamentaux. Une seconde explication serait que nous n'avons pas pris en compte une autre source de déformation de la raie CPT.

#### Comparaison $\sigma^+$ et $\sigma^+\sigma^-$

La figure 4.27 compare les taux de déplacements de puissance en fonction de la profondeur de modulation pour les deux configurations étudiées précédemment :  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$ . La dépendance du taux à la profondeur de modulation est la trace que les raies de résonance noires sont déformées. **Comme prévu par le modèle semi-empirique, les taux sont de signes opposés.** Enfin, notons que le taux de déplacement de fréquence est quatre fois plus important pour  $\sigma^+\sigma^-$  que pour  $\sigma^+$ .

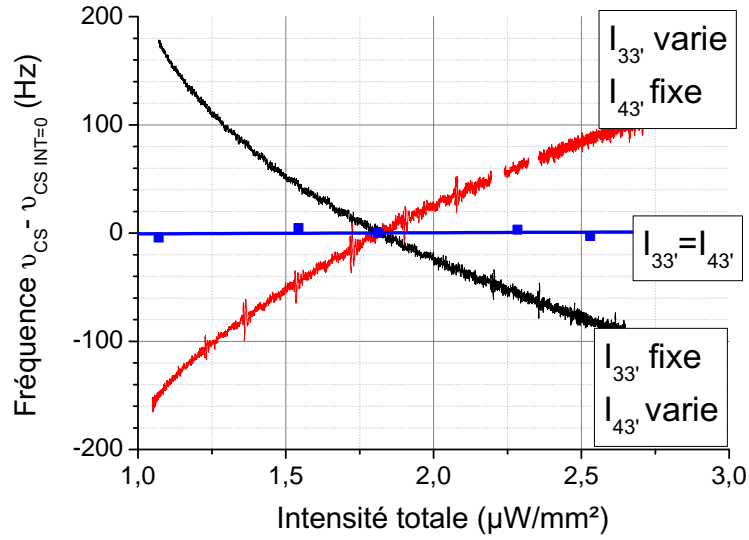
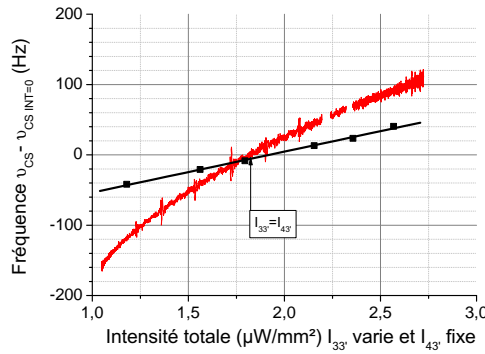
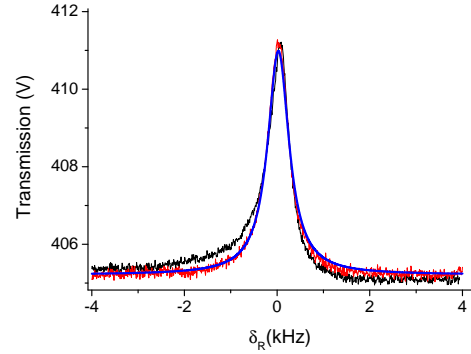


FIGURE 4.25: Mesure du déplacement de la fréquence en fonction de la puissance totale. Configuration  $\sigma^+\sigma^-$  Bleu :  $I_{33'} = I_{43'}$ , ligne bleue, ajustement linéaire. Noir  $I_{33'}$  varie et  $I_{43'} = 0.85 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Rouge  $I_{43'}$  varie et  $I_{33'} = 0.85 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Profondeur de modulation  $w_m$  égale à la demi-largeur de raie  $\Delta\nu/2$  quand  $I_{43'} = I_{33'}$



(a) Comparaison entre calculs et mesures :  $I_{33'}$  variable et  $I_{43'} = 0.85 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Rouge : mesures. Points noirs : calculs. Ligne noire, ajustement linéaire sur les points noirs. Profondeur de modulation égale à la demi-largeur de raie  $\Delta\nu/2$



(b) Comparaison des déformations à  $I_{33'} = 0.35 \mu\text{W}/\text{mm}^2$   $I_{43'} = 0.85 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Noir : mesure de la résonance CPT  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ , Bleu : ajustement d'un lorentzienne sur les mesures. Rouge : déformation de la lorentzienne  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  par ajout de la mesure du pic de recouvrement CPT  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  suivant l'équation (4.14).

FIGURE 4.26: Comparaison calculs et mesures du déplacement de puissance et comparaison des déformations. Le calcul comprend l'ensemble des contributions détaillées dans la section 4.2 et résumé dans la section 4.2.5. Configuration  $\sigma^+\sigma^-$

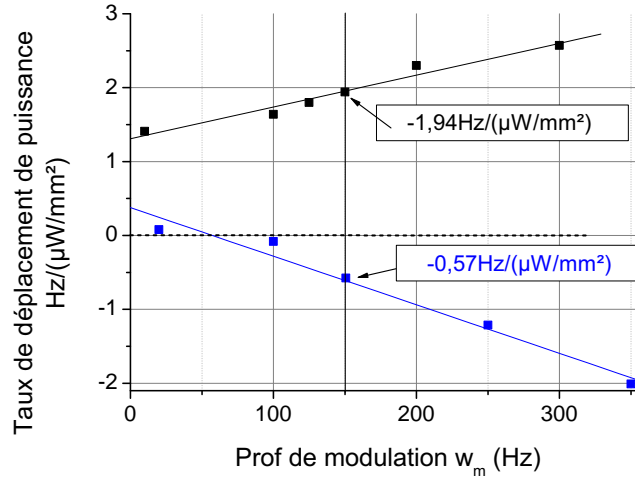


FIGURE 4.27: Mesure du taux de déplacement de puissance en fonction de la profondeur de modulation, pour une variation de  $I_{33'}$ . En noir : configuration  $\sigma^+$ . En bleu  $\sigma^+\sigma^-$ . Les lignes sont des ajustements linéaires sur les données.

Pour conclure, notons que le déplacement de puissance en configuration  $\sigma^+\sigma^-$  est plus important et de signe opposé à celui de la configuration  $\sigma^+$ . La comparaison avec le modèle semi-empirique a montré une bonne concordance d'ordre de grandeur et une évaluation insuffisante de la déformation.

#### 4.4 Mesure du déplacement de fréquence en fonction du désaccord optique, configuration $\sigma^+$

L'ensemble des contributions calculées dans la section 4.2 dépendent du désaccord optique  $\Delta_0$ . Ainsi il a semblé intéressant de compléter l'étude du déplacement de puissance par la mesure du déplacement de fréquence en fonction du désaccord optique.

##### Conditions expérimentales et méthode de mesure

Pour faire varier continûment la fréquence optique, tout en conservant la résonance Raman, une rampe de tension est appliquée sur l'actuateur piézo-électrique du laser maître. Une faible vitesse de 1 MHz/s est imposée de sorte à travailler en régime quasi-statique. Le balayage de la céramique PZT induit une fluctuation de puissance dont la perturbation de la fréquence d'horloge  $\delta\nu$  a été estimée à quelques centaines de milli-hertz, valeur comprise dans la barre d'erreur de la mesure.

La figure 4.28 présente les mesures du déplacement de fréquence en fonction du désaccord optique dans trois configurations de puissance différentes. En noir, les intensités sont équilibrées. En vert et en rouge,  $I_{43'}$  et  $I_{33'}$  sont respectivement déséquilibrées dans un rapport 3 pour 2 et 1 pour 2. Aux désaccords  $\Delta_0 = 235$  MHz et 1120 MHz, notons

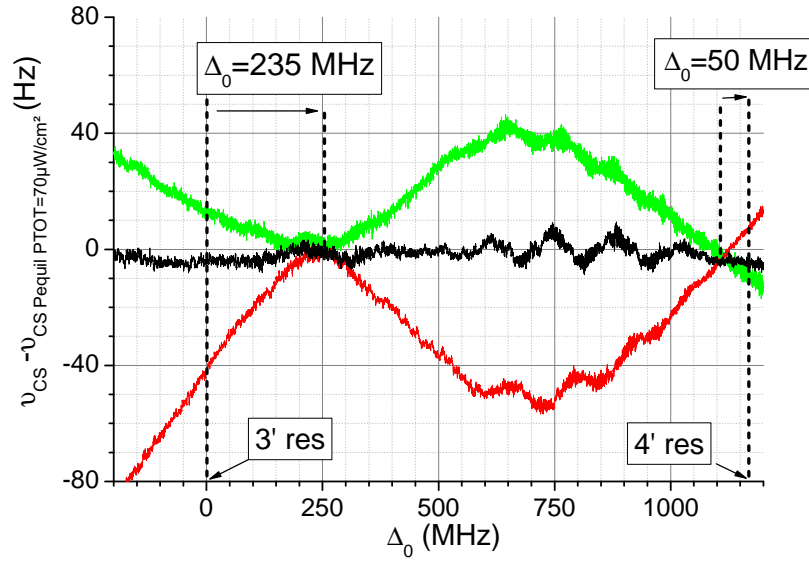


FIGURE 4.28: Mesure du déplacement de fréquence en fonction du désaccord optique  $\Delta_0$ . Configuration  $\sigma^+$ .  $I_{43'} = 0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . L'intensité  $I_{43'}$  vaut respectivement 0.15, 0.3 et  $0.6 \mu\text{W}/\text{mm}^2$  pour les courbes verte, noire et rouge. Profondeur de modulation  $w_m$  égale à la largeur de raie  $\Delta\nu$  quand  $I_{43'} = I_{33'}$

une insensibilité de la fréquence aux fluctuations de l'intensité  $I_{33'}$ . La modulation présente sur les signaux est probablement d'origine instrumentale et ne correspond donc pas à un effet atomique. A intensités équilibrées, le déplacement de fréquence est inférieur à 10 Hz sur 1 GHz de balayage du désaccord optique. A ce jour nous n'avons pas comparé ces mesures avec notre modèle semi-empirique. Comme présenté dans la partie 4.2.4, ce modèle nécessite de connaître la forme, la largeur et l'amplitude des résonances noires. Des études sont actuellement en cours pour modéliser mathématiquement tous ces paramètres.

## 4.5 Conclusion

Nous avons développé un modèle semi-empirique basé sur le calcul indépendant de différentes contributions au déplacement de fréquence d'une variation de puissance laser. Les contributions prises en compte sont : le déplacement lumineux induit par les lasers proches de la résonance dans le système CPT, tous les déplacements lumineux induits par les niveaux non résonants des structures hyperfines du niveau excité (1.17 GHz) et fondamental (9.19 GHz), l'effet du fond d'absorption et l'effet de la résonance noire non résonante. Ces deux derniers effets dissymétrisent la raie et induisent un déplacement

mesuré dépendant de la profondeur de modulation. Ces contributions sont ensuite sommées pour calculer l'effet total. La contribution du recouvrement CPT a été évaluée à partir de données expérimentales car à ce jour notre modèle théorique ne représente pas bien l'effet de la déformation de la raie induite par ce recouvrement.

Les signes et les ordres de grandeurs donnés par ce modèle concordent avec les mesures. Les contributions dominant le déplacement de puissance sont :

- l'effet du déplacement lumineux à un photon avec les niveaux proches de la transition d'horloge
- l'effet de la déformation due au recouvrement des résonances noires correspondant aux deux niveaux hyperfins de l'état excité.

Lors du test de notre modèle sur une transition  $\Delta m_F = 2$ , nous avons pu remarquer une estimation trop faible de la déformation. Des études supplémentaires sont donc nécessaires pour en comprendre l'origine.

## Chapitre 5

# Caractérisation du schéma $\text{Lin} \perp \text{Lin}$ et estimation des effets systématiques limitant la stabilité moyen-terme

### 5.1 Introduction

L'effet Zeeman, le déplacement de fréquence avec la puissance laser ou encore le déplacement collisionnel sont des effets qui vont déplacer la fréquence d'horloge. Ces effets dépendent de paramètres tels que le champ magnétique, la puissance laser ou encore la température du résonateur atomique qui vont fluctuer au cours du temps et induire des variations de fréquence d'horloge. La dégradation de la stabilité moyen-terme qui s'en suit peut être évitée grâce à quelques astuces. L'une d'entre elles, étudiée et mise en place sur notre horloge [27], consiste à ajouter un mélange de gaz tampon dans la cellule de vapeur. En fonction de la composition du mélange, le déplacement collisionnel pourra être compensé au premier ordre pour une température donnée, appelée température d'inversion. La contribution du déplacement collisionnel à la stabilité de fréquence est alors rejetée sous la barre de  $2.5 \times 10^{-15}$  pour  $10^4$  s d'intégration. L'objectif de ce chapitre est de présenter les différents effets limitant notre mesure de la stabilité de fréquence à moyen-terme (dès 2000 s). Nous décrirons également une astuce rejetant cette fois la contribution du déplacement de puissance loin de la limitation actuelle, de l'ordre de  $10^{-14}$ .

L'une des conclusions du chapitre 4 était l'observation d'un déplacement de fréquence avec la puissance laser, noté déplacement de puissance, de signe inversé selon la configuration laser utilisée,  $\sigma^+$  ou  $\sigma^+\sigma^-$ . Le schéma étudié dans ce chapitre, Lin $\perp$ Lin, met en jeu à la fois les transitions observées en configuration  $\sigma^+$ , en  $\sigma^-$  et en  $\sigma^+\sigma^-$  et  $\sigma^-\sigma^+$ . Ce type de schéma permet de supprimer le pompage dans les états Zeeman extrêmes qui dépeuple les niveaux de la transition d'horloge et conduit à une diminution du signal, voir partie 1.7.7. L'objectif de ce chapitre sera la description expérimentale de la cohabitation de ces deux déplacements de puissance en un même système. Un travail similaire sera également réalisé concernant la dépendance de la fréquence au champ magnétique.

En section 5.2 nous présenterons tout d'abord les mesures des principales sensibilités du signal atomique, en configuration Lin $\perp$ Lin et en mode continu, à trois sources d'instabilité moyen-terme. Bien que nous souhaitions in fine caractériser l'horloge dans un mode d'interrogation impulsionnel, cette partie permet d'appréhender simplement l'influence de la fréquence optique, de l'intensité laser et du champ magnétique sur le signal. En tant qu'effet limitant la stabilité moyen-terme, une attention particulière sera donnée à l'étude de l'effet de l'intensité laser en mesurant son influence sur la déformation et la largeur de raie. La section 5.3 présentera ensuite le déplacement de fréquence d'horloge en fonction du champ magnétique et de la puissance laser pour un mode d'interrogation impulsionnel. Nous proposerons également une méthode basée sur un effet de recouvrement de raie atomique pour réduire la sensibilité à ces paramètres. Enfin, ces nouvelles sensibilités mesurées en condition de travail de l'horloge (mode impulsionnel, schéma d'interrogation Lin $\perp$ Lin), nous permettront d'évaluer le potentiel d'amélioration de la stabilité moyen-terme de l'horloge en section 5.4.

Les notations utilisées dans ce chapitre sont définies dans la figure 5.1. Les transitions Raman résonnantes pour lesquelles la différence de nombre quantique magnétique, notée  $\Delta m_F = 2$  (pointillés) et  $\Delta m_F = 0$  (traits continus) seront respectivement appelées transitions adjacentes et transitions d'horloge (ou 0-0). Nous différencierons les deux transitions adjacentes  $\Delta m_F = 2$  en leur associant le signe de leur désaccord Raman relativement à la transition  $\Delta m_F = 0$ . Elles seront notées  $\Delta m_F = 2+$  et  $\Delta m_F = 2-$  respectivement pour les transitions schématisées en traits gris et noirs sur la figure 5.1. Les transitions mettant en jeu les niveaux hyperfins fondamentaux  $F=3$  et  $F=4$  et le niveau excité  $F'=j$  ( $j=3$  ou  $4$ ), seront notées  $|f\rangle \rightarrow |j'\rangle$ .



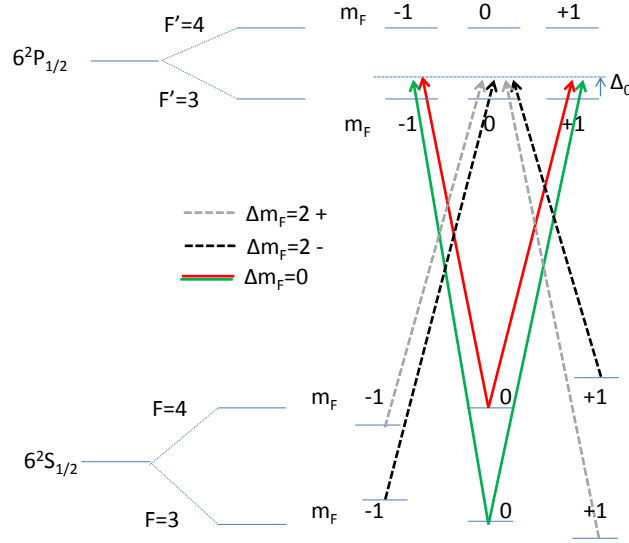


FIGURE 5.1: Schéma des transitions étudiées dans ce chapitre. En ligne continue : Transition  $\sigma^-$  vers la gauche et  $\sigma^+$  vers la droite. Lignes pointillées : Transitions  $\sigma^+\sigma^-$  et  $\sigma^-\sigma^+$ .

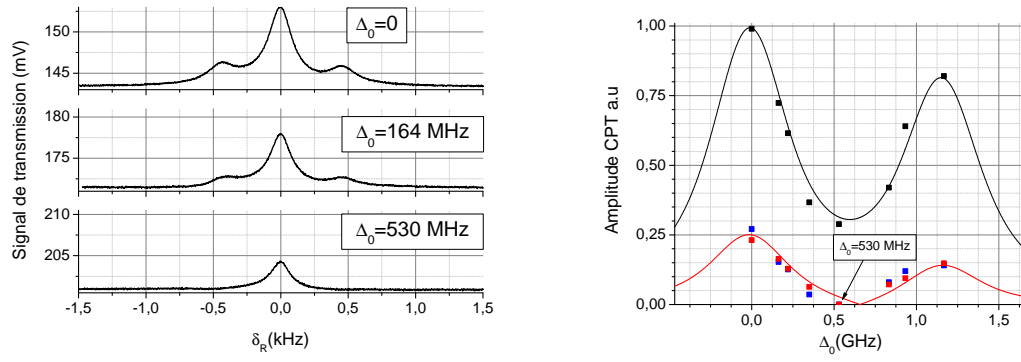
## 5.2 Sensibilité du signal de résonance noire *Lin* $\perp$ *Lin* aux principales sources d'instabilités moyen-terme, mesure en interrogation continue

### 5.2.1 Amplitude

A la différence de la fréquence de résonance, les fluctuations de l'amplitude de la raie de résonance noire ne sont pas un paramètre limitant la stabilité moyen-terme de l'horloge. Cependant, l'étude de son évolution permet d'avoir une compréhension globale des sensibilités du signal aux paramètres limitant la stabilité moyen-terme. Aussi, nous présenterons dans cette partie l'étude de l'influence du désaccord optique, du champ magnétique et enfin de la puissance laser sur l'amplitude du signal de résonance noire.

#### Influence du désaccord optique

Nous avons présenté, dans la figure 4.24 du chapitre 4, l'évolution de l'amplitude de la résonance noire  $\sigma^+\sigma^-$  en fonction du désaccord optique. Pour  $\Delta_0 = 600$  MHz, les états noirs orthogonaux  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  sont d'amplitudes égales et s'annulent (explication détaillée en section 4.2.4). Ce type de transitions à  $\Delta m = 2$  est également présent en configuration *Lin* $\perp$ *Lin*, et cette annulation est également observée mais pour



(a) Mesures de la résonance CPT en fonction du désaccord Raman. Désaccord optique par rapport au niveau  $F'=3$ ,  $\Delta_0 = 0, 164, 530$  MHz respectivement pour les courbes de haut en bas.

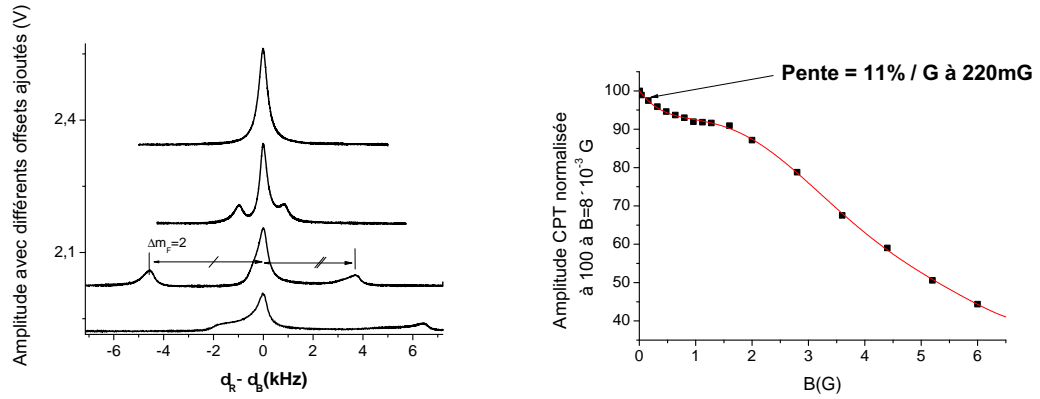
(b) Amplitude des résonances noires de la configuration Lin $\perp$ Lin, normalisée au maximum, en fonction du désaccord optique. Points : mesures. Lignes : ajustement de profils de Voigt selon l'équation (4.14). Noir : transition d'horloge  $\Delta m_F = 0$ , rouge : transitions adjacentes  $\Delta m_F = 2$ .

FIGURE 5.2: Mesure de l'évolution de l'amplitude des résonances d'horloge et les transitions adjacentes en fonction du désaccord optique  $\Delta_0$ .  $B=78 \mu\text{T}$ . mode d'interrogation continu

un désaccord légèrement différent i.e. :  $\Delta_0 = 530$  MHz, voir figure 5.2(a). En ce point de désaccord optique, il serait donc possible d'opérer une horloge sur un système atomique sans état de fuite vers les niveaux Zeeman extrêmes, ni raie adjacente. Ce point est intéressant car il permettrait de s'affranchir du fort déplacement de puissance des transitions adjacentes qui perturbe probablement la transition 0-0 du fait de leur proximité avec cette dernière. Cependant, l'amplitude de la transition d'horloge y est divisée par un facteur trois. L'utilisation de ce point de désaccord optique  $\Delta_0 = 530$  MHz, ne sera toutefois pas exploitée en fonctionnement horloge. En effet, nous montrerons dans la suite de ce chapitre (section 5.4.1) l'existence d'une combinaison de paramètres permettant de s'affranchir du déplacement lumineux en ne perdant que 20% de l'amplitude. Pour conclure, notons que le rapport  $a = A_{DM2}/A_{DM0}$  qui décrit l'amplitude relative des transitions adjacentes par rapport à la transition d'horloge, est différent suivant que les lasers soit résonnants avec  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  ( $a = 25\%$ ) ou  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  ( $a = 16\%$ ).

### Influence du champ magnétique

Lorsque le champ magnétique augmente, les transitions adjacentes s'éloignent de la transition d'horloge à hauteur de  $1.11 \text{ Hz}/\mu\text{T}$ , voir section 5.3.1. Ainsi, alors qu'à champ magnétique  $B = 0$  les transitions sont confondues et que leurs amplitudes s'ajoutent (voir équation (4.14)), elles se séparent progressivement lorsque le champ magnétique augmente, voir la figure 5.3(a). L'amplitude mesurée au désaccord  $\delta_R = 0$  diminue alors, de  $11\%/100\mu\text{T}$  voir figure 5.3(b). Nous attribuons la première partie de la décroissance à l'éloignement des transitions adjacentes, mais la deuxième partie reste jusqu'à présent



(a) Mesure de la résonance noire en fonction du désaccord Raman  $\delta_R - \delta_B$  pour différents champs magnétiques  $B = 0.08, 1.3, 3.2, 6.3$  gauss respectivement pour les courbes de haut en bas.  $\delta_B$  est le déplacement magnétique de la transition 0-0.

(b) Amplitude du signal total CPT à désaccord Raman  $\delta_R = 0$  en fonction du champ magnétique  $B$ . Points : mesures. Ligne rouge : ajustement d'un polynôme du 3<sup>e</sup> degré sur les données.

FIGURE 5.3: Évolution de l'amplitude des résonances d'horloge et des résonances adjacentes en fonction du champ magnétique. Mode d'interrogation continu

mal expliquée. Elle ne peut pas être due à des transitions  $\Delta m > 2$  car ces transitions s'éloignent plus vite de la transition d'horloge que les transitions à  $\Delta m = 2$ . Cette décroissance pourrait venir d'une inhomogénéité du champ magnétique. En effet, notons qu'en plus de décroître rapidement, la raie se déforme. Cette déformation est typique d'une inhomogénéité dont l'influence serait croissante avec le champ magnétique. Notre champ magnétique de travail n'étant que de l'ordre de quelques centaines de milligauss, nous n'avons pas cherché à expliquer plus en détail les effets observés en fort champ.

### Influence de la puissance laser

L'évolution de l'amplitude du signal en fonction de la puissance laser est présentée en figure 5.4. Nous n'observons pas de saturation du signal et les données expérimentales s'ajustent relativement bien sur une fonction linéaire. Toutefois, le résidu s'ajuste bien avec une forme de sinusoïde amortie, dont l'amplitude est proportionnelle à l'intensité. Il est possible qu'un phénomène, physique ou instrumental, modulant au second ordre la dépendance de l'amplitude à la puissance soit présent. Devant la faible amplitude de ce phénomène nous n'avons pas cherché à le caractériser. Notons que si on se fie au rapport des pentes des ajustements linéaires, l'amplitude de la transition d'horloge croît quatre fois plus vite que celle des transitions adjacentes. Cette évolution pourrait être liée au fait que les états noirs des transitions adjacentes ne sont pas purs. L'explication complète est donnée dans la section suivante (5.2.2).

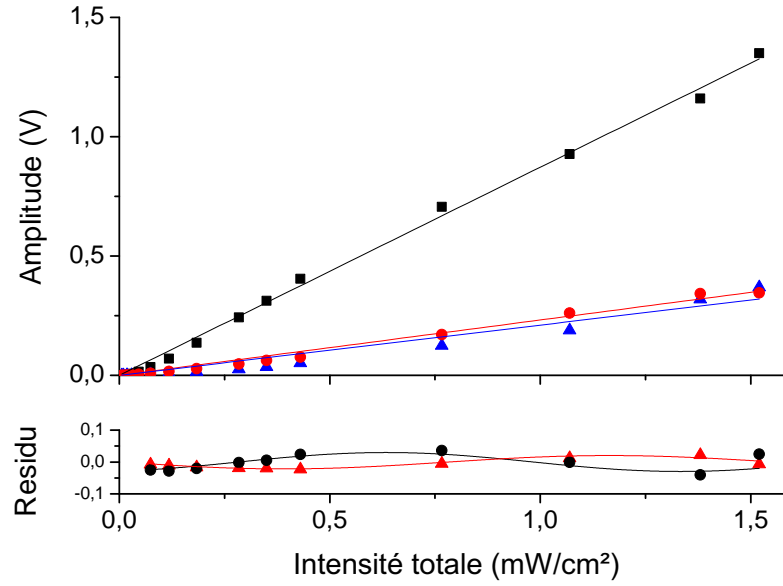


FIGURE 5.4: Haut : amplitude de la résonance noire en fonction de l'intensité laser totale, les intensités sont équilibrées. Points : mesures. Lignes : ajustements linéaire. Noir, transition d'horloge, Rouge et bleu : transitions adjacentes. Bas : résidu de l'ajustement linéaire des données. Points : mesures. Ligne : ajustement sinusoïdal amorti.  $B=105\mu\text{T}$ . Lasers accordés vers  $F'=3$ . Mode d'interrogation continu.

### 5.2.2 Largeur

L'évolution de la largeur en fonction de la puissance laser, mesurée à puissances équilibrées et en mode d'interrogation continu, est présentée en figure 5.6. Au delà de  $I=50\mu\text{W}/\text{cm}^2$ , l'élargissement est linéaire avec l'intensité laser, comme prévu par la formule [26] décrivant l'élargissement par saturation d'un système à trois niveaux, voir équation (4.17). Notons également que les transitions adjacentes s'élargissent environ deux fois plus vite ( $2.5\text{ kHz}/(\text{mW}/\text{cm}^2)$ ) que la 0-0 ( $1.2\text{ kHz}/(\text{mW}/\text{cm}^2)$ ). Or pour ce type de transition  $\Delta m_F = 2$ , la fréquence de Rabi de la transition  $(F=4) - (F'=3)$  est  $\sqrt{5/3}$  fois plus grand que dans le cas de la transition d'horloge. L'autre fréquence de Rabi, i.e.  $(F=3) - (F'=3)$  est égale à celle de la transition d'horloge. La largeur étant proportionnelle à la somme des carrés des fréquences de Rabi, les transitions adjacentes devraient s'élargir  $(1+5/3)/2=1.33$  fois plus vite que la transition d'horloge. Ce chiffre est insuffisant pour expliquer le coefficient 2 mesuré. Notons toutefois que notre modèle et le système réel ne sont pas identiques. En effet, notre calcul ne considère qu'un système avec une transition en  $\Lambda\Lambda$  ( $\Delta m_F = 0$ ) sur la transition d'horloge et deux systèmes  $\Lambda$  ( $\Delta m_F = 2$ ). Ces systèmes sont détaillés dans la partie 1.7.7 du chapitre 1. Le système  $\Lambda\Lambda$  est un état noir pur car toutes les transitions optiques qui couplent les niveaux fondamentaux participent à l'état noir. En revanche, les niveaux fondamentaux des systèmes

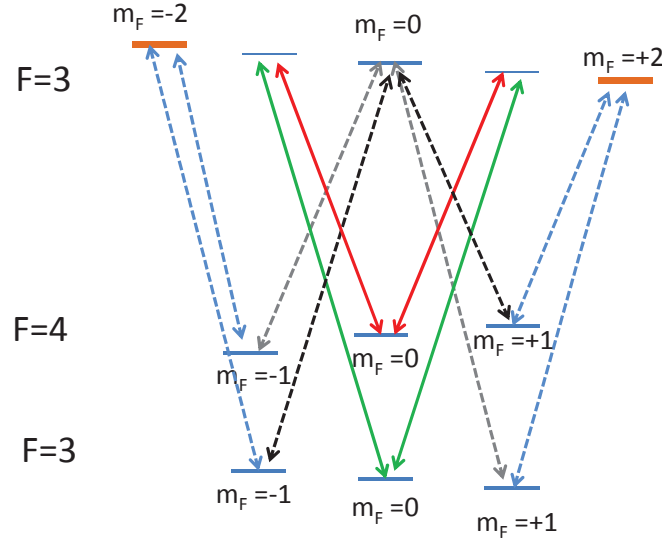


FIGURE 5.5: Schéma d'excitation  $\text{Lin}\perp\text{Lin}$ . Traits épais vert et rouge : transition  $\Lambda\Lambda$ , l'état noir y est pur. Pointillés noirs et gris : transitions simple  $\Lambda$ . L'état noir n'est pas pur à cause des transitions "de fuite", tracées en pointillés bleus.

en  $\Lambda$  sont également couplés à des niveaux excités ne participant pas à la fabrication d'un état noir, voir pointillés bleus sur la figure 5.5. Ainsi, les atomes piégés dans l'état noir des systèmes  $\Lambda$  seront constamment excités vers les états  $m_F = \pm 2$  via des transitions dites "de fuite". L'état noir n'est donc pas pur. L'existence de ces fuites peut modifier le comportement de l'amplitude et de la largeur. Seul un calcul tenant compte de toutes les transitions à la fois, permettrait de prévoir l'effet de la puissance sur les amplitudes et largeurs de transition.

Pour les faibles intensités, on notera qu'un ajustement par la somme d'une fonction linéaire et d'une fonction racine fonctionne très bien. Ce type de fonction, proposé par Javan [71], s'applique dans les cellules de césium pur, avec effet Doppler micro-onde et optique et sans élargissement collisionnel. Il est donc surprenant qu'il s'applique à notre cas. Des études supplémentaires sont nécessaires pour pouvoir conclure sur la pertinence d'un tel ajustement.

### 5.2.3 Conclusion

Nous avons ici présenté l'influence du désaccord optique, de l'intensité laser et enfin du champ magnétique sur l'amplitude des différentes résonances noires autorisées par le schéma d'excitation  $\text{Lin}\perp\text{Lin}$ . Il a été montré qu'en mode d'interrogation continu, l'amplitude de la transition 0-0 augmente quatre fois plus vite et s'élargit deux fois moins vite que celles des transitions  $\Delta m_F = 2$ . Pour un désaccord optique de 530 MHz,

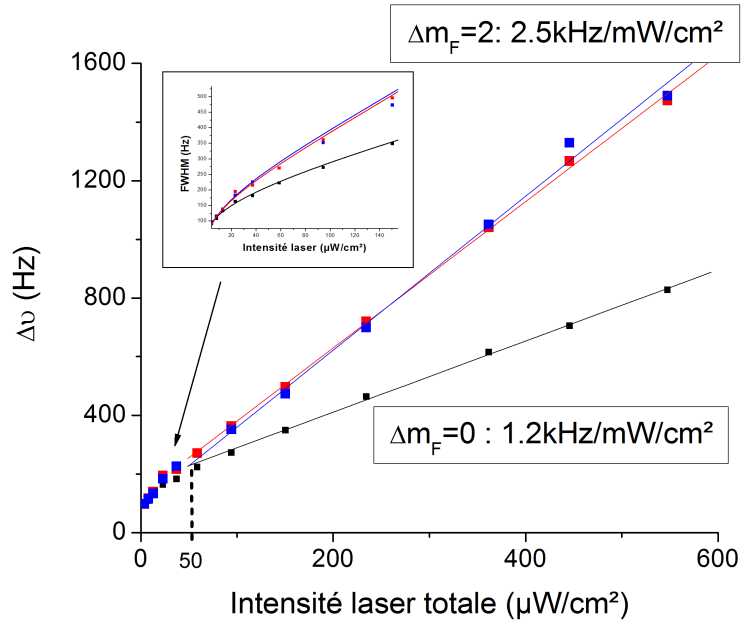


FIGURE 5.6: Largeur  $\Delta\nu$  des transitions de résonance noire du schéma Lin $\perp$ Lin en fonction de l'intensité laser. Points : mesures. Lignes : ajustements linéaires. En rouge et bleu : transitions adjacentes, en noir transition d'horloge. Insert : agrandissement à faible puissance.  $B=105\mu\text{T}$ . Mode d'interrogation continu.

les transitions adjacentes disparaissent et un schéma d'excitation en double  $\Lambda$  sans fuite est alors accessible sans être perturbé par des résonances noires adjacentes.

### 5.3 Sensibilité de la fréquence d'horloge en schéma Lin $\perp$ Lin et en mode impulsionnel

Cette section s'attache à donner les sensibilités en mode impulsionnel de la fréquence de l'horloge à la puissance, au champ magnétique et enfin à la température. Pour cette dernière partie, nous nous appuyons sur les travaux d'Olga Kozlova [27]. Pour faciliter la compréhension des phénomènes mis en jeu, nous illustrerons certains comportements par des spectres mesurés en mode d'interrogation continu.

#### 5.3.1 Sensibilité de la fréquence au champ magnétique

L'énergie  $E_{F,m_F}$  d'un sous niveau  $F, m_F$  de l'état fondamental d'un atome alcalin soumis à un champ magnétique statique  $B$ , est décrit par la formule de Breit-Rabi [72] :

$$E_{F,m_F} = \frac{\Delta E}{2(2I+1)} - g_I m_F \mu_B B \pm \frac{\Delta E}{2} \left( 1 + \frac{4m_F}{2I+1} x + x^2 \right)^{1/2}, \quad (5.1)$$

où  $\Delta E$  est l'écart hyperfin de l'état fondamental,  $I$  le spin nucléaire,  $g_I$  le facteur de Landé nucléaire,  $m_F$  le nombre quantique magnétique,  $\mu_B$  le magnéton de Bohr,  $B$  le champ magnétique et  $x$  une grandeur sans dimension de valeur  $x = (g_I + g_J) \frac{\mu_B B}{\Delta E}$ . Enfin  $g_J$  est le facteur de Landé électronique. Le signe  $\pm$  correspond à  $F = I \pm 1/2$ .

Dans l'hypothèse de petits champs, i.e.  $B \approx 10 \mu T$ , nous pouvons développer l'équation (5.1) pour trouver l'expression de la variation de la fréquence d'horloge en fonction du champ magnétique. Cet effet est appelé effet Zeeman. Pour la transition d'horloge ainsi que celle des transitions adjacentes, respectivement notées  $\delta\nu$  et  $\delta\nu_{\pm}$ , cette variation est écrite telle que :

$$\delta\nu = \nu_0 \frac{x^2}{2} = 0.0427 B^2, \quad (5.2)$$

$$\delta\nu_{\pm} = \nu_0 \frac{15}{16} \frac{x^2}{2} \pm 2g_I \frac{\mu_B B}{h} = \pm 11.165 B + 0.0400 B^2, \quad (5.3)$$

où  $\delta\nu$  et  $\delta\nu_{\pm}$  sont exprimés en hertz et  $B$  en  $\mu T$ . La figure 5.7 illustre les formules ci-dessus. Nous observons qu'à champ faible, i.e.  $B < 50 \mu T$ , le comportement de la fréquence des transitions adjacentes est dominé par le comportement linéaire. Pour des champs plus forts, la composante quadratique prend le dessus. La figure 5.3(a) permet d'observer le début de cette prédominance du comportement non-linéaire via un éloignement non symétrique des transitions adjacentes lorsque le champ magnétique atteint quelques dizaines de micro-teslas.

En mode de fonctionnement impulsif, le schéma *Lin*⊥*Lin* va donc entraîner l'apparition de trois systèmes de franges, correspondants à la transition d'horloge et aux deux transitions adjacentes. La figure 5.8, présente les systèmes de franges de la configuration *Lin*||*Lin* (transitions  $\Delta m = 2$ ) pour différentes valeurs du champ magnétique. Dans cette configuration, seules les transitions adjacentes sont autorisées. Lorsque le champ magnétique est de  $11 \mu T$  nous observons une interférence constructive autour du désaccord Raman  $\delta_R = 0$ . En revanche, lorsque le champ vaut  $B = 16 \mu T$ , nous observons une interférence destructive. Ainsi, en variant le champ magnétique, nous pourrions adapter la figure d'interférence de ces transitions.

L'équation (A.4) montre que le recouvrement de la transition principale par une transition annexe peut être à l'origine d'un déplacement de puissance. Dans le cas d'une résonance noire *Lin*⊥*Lin*, c'est la figure d'interférence des transitions adjacentes qui joue ce rôle perturbateur. En première approximation, le recouvrement des franges en mode

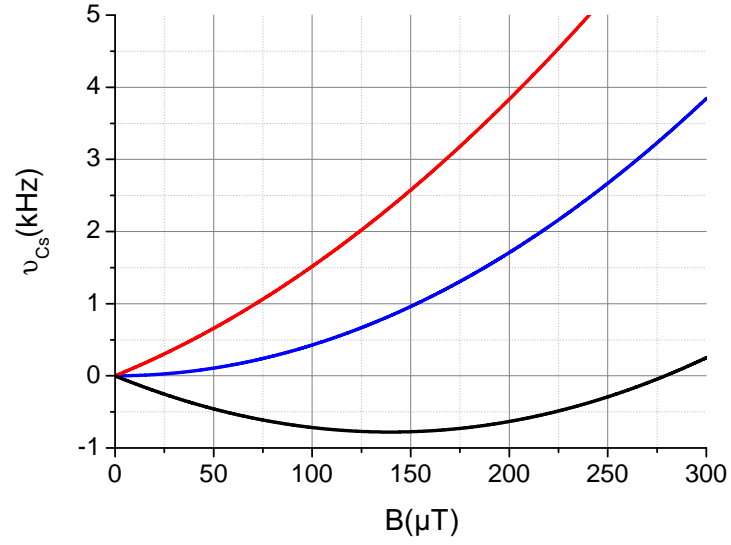


FIGURE 5.7: Déplacement de fréquence en fonction du champ magnétique. En rouge et noir, transitions adjacentes, en bleu, transition d'horloge.

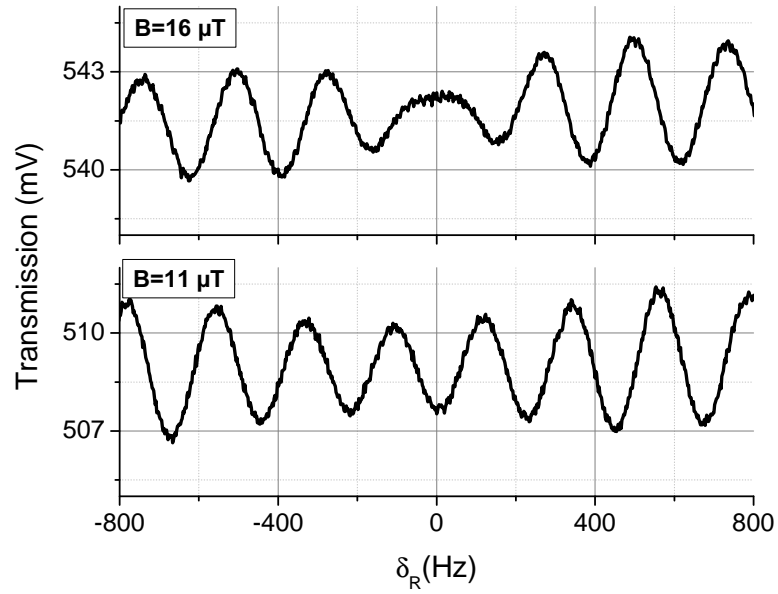


FIGURE 5.8: Mesure des franges de Ramsey en configuration *Lin||Lin*. Haut :  $B=16\mu\text{T}$ , Bas :  $11\mu\text{T}$ . Temps de Ramsey  $T_R=4\text{ ms}$



impulsionnel peut être approximé par une somme de trois fonctions cosinus, de périodes égales à la période des franges de Ramsey ( $2 \times \Delta\nu$ ), et dont les amplitudes valent respectivement, 1,  $a_+$  et  $a_-$  pour les transitions  $\Delta m = 0$ ,  $\Delta m = 2+$ ,  $\Delta m = 2-$ . Un développement limité autour de la fréquence d'horloge permet d'obtenir une expression analytique du déplacement Zeeman observé  $\delta\nu_Z$  : [35].

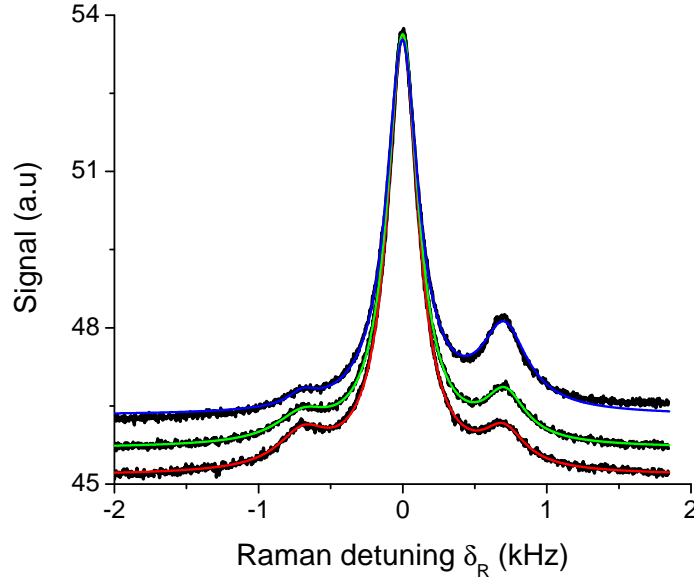
$$\delta\nu_Z = \delta\nu \pm \frac{\Delta\nu}{\pi} \frac{a_+ \sin\left(\frac{\pi\delta\nu_{+r}}{\Delta\nu}\right) + a_- \sin\left(\frac{\pi\delta\nu_{-r}}{\Delta\nu}\right)}{1 + a_+ \cos\left(\frac{\pi\delta\nu_{+r}}{\Delta\nu}\right) + a_- \cos\left(\frac{\pi\delta\nu_{-r}}{\Delta\nu}\right)}, \quad (5.4)$$

où  $\delta\nu$  est le décalage de fréquence quadratique dû au champ magnétique (voir 5.2),  $\delta\nu_{+r}$  et  $\delta\nu_{-r}$  sont les décalages de fréquence des transitions  $\Delta m = 2+$  et  $\Delta m = 2-$  relativement à la transition d'horloge. Pour un champ B exprimé en  $\mu\text{T}$ , l'expression de  $\delta\nu_{\pm r}$  est :

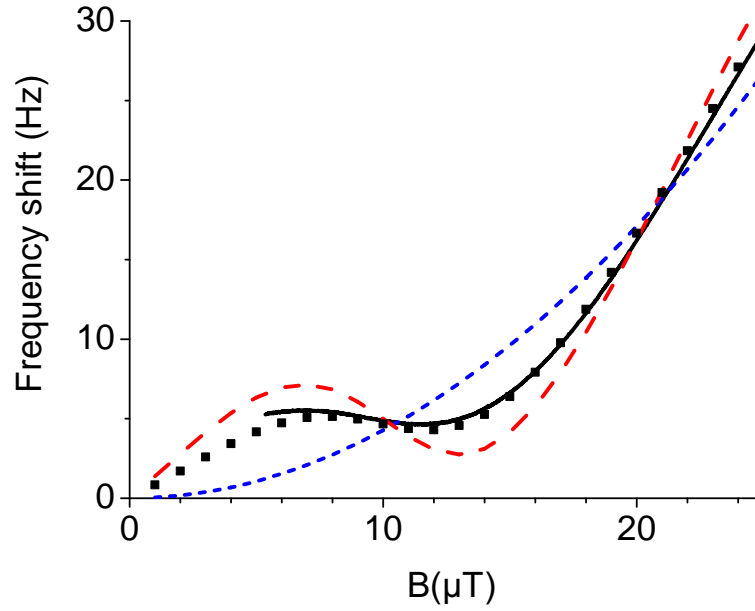
$$\delta\nu_{\pm r} = \pm 11.165B - 0.002672B^2 \quad (5.5)$$

Pour des lasers polarisés linéairement et orthogonalement, les amplitudes  $a_-$  et  $a_+$  sont égales. Cependant, en raison des biréfringences des optiques et du modulateur acousto-optique (AOM), les amplitudes sont en pratique souvent différentes. Comme le montre l'équation 5.3, les transitions adjacentes s'écartent asymétriquement de la transition d'horloge lorsque le champ B varie. De ce fait, une perturbation sinusoïdale apparaît sur la dépendance quadratique de la transition d'horloge, voir la figure 5.9(b). Ce phénomène peut être amplifié par une variation de l'ellipticité des polarisations, voir figure 5.9(a). Un recouvrement plus asymétrique, qui amplifie la modulation de la dépendance quadratique, est ainsi généré..

Si le calcul est réalisé à partir des amplitudes mesurées en interrogation continue et en champ fort, les calculs de  $\delta\nu_Z$  et sa mesure ne s'accordent pas. Pour obtenir un bon ajustement de la valeur calculée sur les valeurs mesurées, les amplitudes des transitions adjacentes ont été laissées libres, avec leurs rapports d'amplitude fixe. La cause de l'inadéquation entre calculs et mesures pourrait venir de la différence d'état de polarisation entre le mode continu et le mode pulsé. En effet, nous mesurons ici les amplitudes des résonances en mode continu alors que le déplacement de fréquence est mesuré en mode impulsionnel. Dans ce mode, la lumière est coupée par extinction cyclique de la radio-fréquence du modulateur acousto-optique (AOM). Celui-ci rentre alors dans un régime où sa température varie cycliquement. Étant donné que le cristal de l'AOM est biréfringent, une fluctuation de température peut entraîner une modification de l'état de polarisation et donc une différence de polarisation entre le cas continu et le cas impulsionnel. Les amplitudes des pics CPT en continu seraient alors différentes du mode impulsionnel.



(a) Mesures du signal de résonance noire en mode continu pour trois états de polarisations. L'ellipticité augmente de la courbe du bas à celle du haut. Noir : mesures. En bleu, rouge et vert, ajustement d'une somme de trois Lorentziennes avec amplitudes et largeurs libres.  $B=65 \mu\text{T}$ .



(b) Déplacement de fréquence en fonction du champ magnétique en interrogation Ramsey. Bleu : calcul pour la transition  $\Delta m = 0$ . Lignes noire et rouge : respectivement mesure et calcul lorsque  $a_+$  et  $a_-$  valent 0.17 et 0.03 (mesurés en interrogation continue). Points noirs : ajustement de l'équation 5.4 sur les mesures en fixant  $a_+/a_-$  et en laissant pour seul paramètre libre  $a_+$ .

FIGURE 5.9: Influence des transitions à  $\Delta m = 2$  sur le déplacement de fréquence en fonction du champ magnétique, pour différents états de polarisation.

Selon [27], la deuxième cause de limitation de la stabilité moyen-terme proviendrait des fluctuations du champ magnétique. Dans le cas où l'état de polarisation serait volontairement rendu elliptique afin d'obtenir un déplacement de fréquence quadratique modulé, certaines valeurs de champ produiront une sensibilité faible voir nulle au premier ordre. Ainsi, passer de  $B=22 \mu\text{T}$  à  $B=8 \mu\text{T}$  pour l'état de polarisation tracé en bleu de la figure 5.9(a), permettrait par exemple de baisser la sensibilité d'un ordre de grandeur ( $1.6 \rightarrow 0.17 \text{ Hz}/\mu\text{T}$ ).

### 5.3.2 Déplacement de puissance

Le déplacement de puissance en configuration  $\text{Lin}\perp\text{Lin}$  et en mode d'interrogation impulsionnel a été caractérisé par Olga Kozlova dans sa thèse [27]. Tout d'abord, la mesure d'une très large diminution du déplacement de puissance par rapport au mode continu a confirmé les résultats présentés dans [63]. Ensuite, la déformation de la forme de raie due aux pics adjacents à la transition 0-0 avait été pointée comme une source de forte limitation et devait donc faire l'objet d'une étude plus approfondie. Les figures 5.10(a) et 5.10(b) permettent de raffiner cette conclusion. Les raies de résonance noire en interrogation continue y sont présentées pour un champ magnétique fort  $B=52 \mu\text{T}$ . Nous observons tout d'abord que lorsque les intensités sont déséquilibrées, l'ajustement par trois fonctions lorentziennes ne fonctionne plus, voir figure 5.10(a). Cet ajustement a été réalisé en imposant des amplitudes égales aux pics adjacents. En effet, l'amplitude de la résonance noire dépend du produit et de la somme des fréquences de Rabi [64]. Ces termes sont égaux pour les transitions adjacentes. L'inadéquation entre l'ajustement et les données est flagrant lorsque les intensités sont très déséquilibrées. Ceci confirme que les raies sont déformées et que l'asymétrie doit être prise en compte dans l'estimation du déplacement puissance.

La figure 5.10(b) confirme cette déformation en présentant un taux de déplacement de puissance linéaire avec la profondeur de modulation. Les courbes rouge, bleue et noire présentent l'effet des configurations de polarisation  $\text{Lin}\perp\text{Lin}$ ,  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$  sur le taux de déplacement de puissance. Le mode d'interrogation est continu. En configuration  $\text{Lin}\perp\text{Lin}$  la résonance dont nous mesurons le taux est la somme de la résonance 0-0 et des adjacentes qui ne sont pas résolues. Pour une profondeur de modulation égale à la demi-largeur  $\Delta\nu/2$ , le taux en  $\text{Lin}\perp\text{Lin}$  ( $0.25 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ ) reste du même signe que celui mesuré en configuration  $\sigma^+$  ( $0.5 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ ). Il est beaucoup plus petit et de signe inverse au taux mesuré en  $\sigma^+\sigma^-$  ( $2 \text{ Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ ). Une explication plausible, mais non vérifiée serait la suivante. Parmi les trois résonances noires qui coexistent en configuration  $\text{Lin}\perp\text{Lin}$ , deux raies de faible amplitude ont un fort taux de déplacement de signe positif. La troisième raie est de forte amplitude et montre un taux de déplacement

faible et négatif. Il serait possible que lorsque tous ces taux se mélangent, un taux global, faible et négatif soit obtenu. Cette hypothèse devra être vérifiée par un calcul complet comprenant l'ensemble des sources de déplacement dues à la puissance et détaillées dans le chapitre 4.

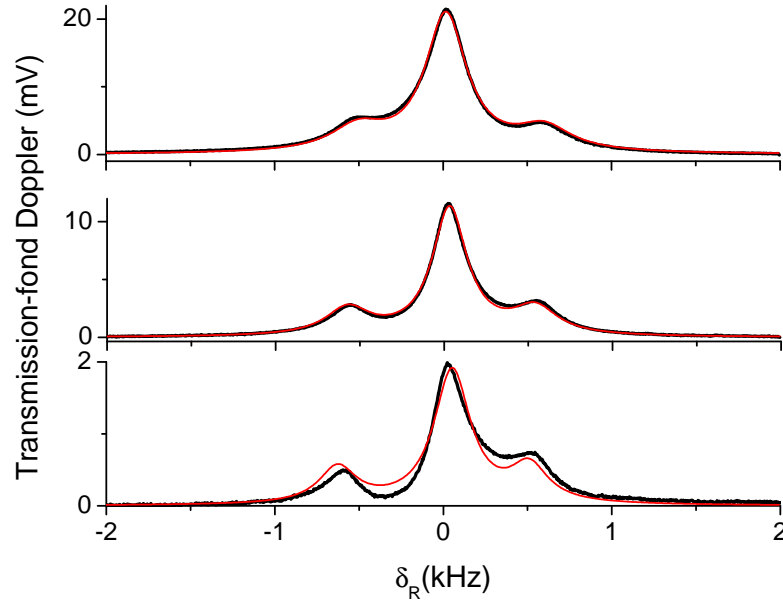
### 5.3.3 Compensation des déplacements de puissance en régime impulsionnel par recouvrement des raies adjacentes

La section 5.3.1 a montré que la sensibilité magnétique des transitions adjacentes produit un déplacement de fréquence qui vient moduler l'effet Zeeman quadratique de la transition 0-0. De plus, l'étude du déplacement de puissance menée dans le chapitre 4 a montré que la **sensibilité du déplacement de fréquence à la puissance des transitions adjacentes** et celle de la transition d'horloge ont un **déplacement de puissance d'amplitude différente et de signe opposé**. Enfin, nous savons que le schéma Lin $\perp$ Lin fait cohabiter ces deux types de transitions, dans un rapport d'amplitude  $A_{DM2}/A_{DM0} = 25\%$ . Nous avons alors imaginé que lorsqu'une perturbation à fort déplacement de puissance (i.e. les transitions  $\Delta m = 2$ ) s'ajoutait à une résonance métrologique (0-0) à faible déplacement de puissance, il pouvait exister un point d'annulation du déplacement de puissance. La figure 5.11 prouve l'existence d'un tel point. La mesure du déplacement de puissance y est tracée pour différentes valeurs de champ magnétique. Nous observons que le déplacement et le taux de déplacement de puissance peuvent changer de signe suivant le champ magnétique appliqué.

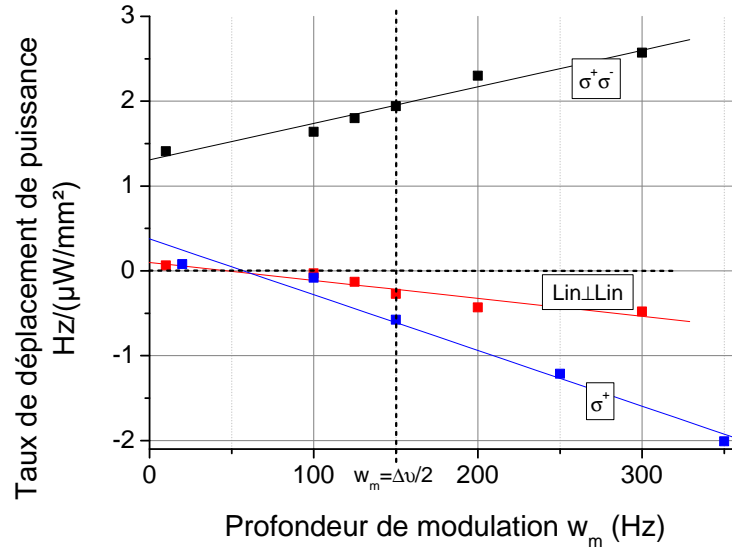
La comparaison des taux de déplacement de puissance liés à chaque laser sur les transitions  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  est présentée en figure 5.12. Tout d'abord nous observons un déplacement de puissance beaucoup plus fort sur la transition  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ . Cette différence n'est pas expliquée à ce jour. Une hypothèse expliquant cette différence pourrait venir de la différence du rapport  $a^\pm = A_{DM2}/A_{DM0}$  décrivant les amplitudes des transitions adjacentes relativement à la transition 0-0. En effet,  $a^\pm$  est différent pour  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et vaut respectivement 17% et 25%. Or, nous avons vu que c'est la forme de la figure de recouvrement des transitions adjacentes (figure 5.8) qui est responsable du déplacement de fréquence, et que cette forme est variable avec le champ magnétique. Ainsi, plus  $a^\pm$  sera grand, plus le recouvrement pourra être important et créer un déplacement de fréquence important.

### 5.3.4 Déplacement de fréquence lié aux fluctuations thermiques

Une étude détaillée de l'influence de la température sur le déplacement de fréquence collisionnel a été menée dans [27]. Elle a montré que la fabrication d'une cellule de vapeur



(a) Signal de résonance noire en fonction du désaccord Raman  $\delta_R$ . Configuration Lin $\perp$ Lin, interrogation continue. De haut en bas  $I_{33'} = 0.6, 0.25$  et  $0.05 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ .  $I_{43'} = 0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Noir : données. Rouge : ajustement d'une somme de trois lorentziennes. Les amplitudes et largeurs des lorentziennes ajustées sur les transitions adjacentes sont imposées égales.  $B = 52 \mu\text{T}$ .



(b) Taux de déplacement de puissance en fonction de la profondeur de modulation autour de  $I_{43'} = I_{33'} = 0.3 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Mode continu. Configuration  $\sigma^+\sigma^-$  respectivement pour rouge et noir. Points : mesures. Lignes : ajustement d'un profil linéaire. Ligne pointillée : taux nul.  $B = 22 \mu\text{T}$ . Pointillés verticaux : profondeur de modulation  $w_m = \Delta\nu/2$ .

FIGURE 5.10: Présentation de la déformation de la résonance noire et de son influence sur le déplacement de fréquence.

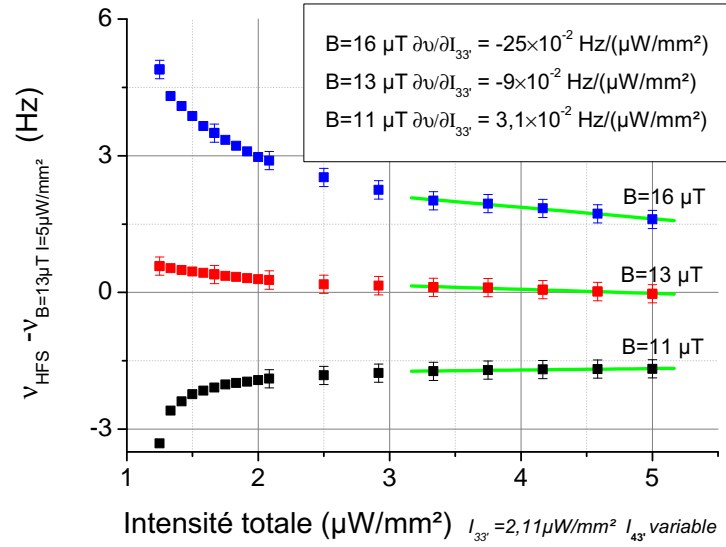


FIGURE 5.11: Mesure de la fréquence d'horloge, en fonction de la puissance laser totale. Mode impulsionnel, configuration Lin $\perp$ Lin. Temps d'évolution libre  $T_R = 4$  ms. L'intensité d'un laser est fixe ( $I_{33'} = 2.11 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ ) l'autre ( $I_{43'}$ ) est variable. Les courbes bleue, rouge et noire correspondent respectivement aux valeurs de champ  $B=16, 13, 11 \mu\text{T}$ . Les lignes vertes sont des ajustements linéaires autour du point d'équilibre des puissances ( $I_{33'}=I_{43'} = 2.11 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ ). Les taux de déplacement donnés dans l'encart sont les pentes des ajustements linéaires

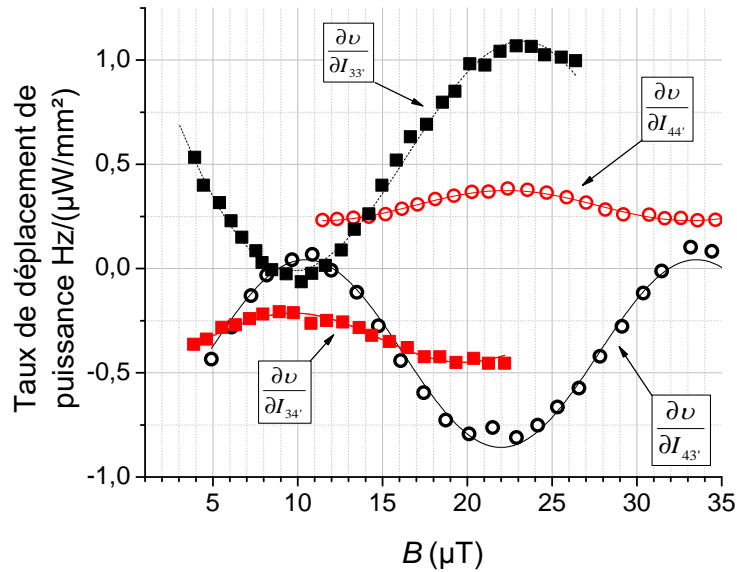
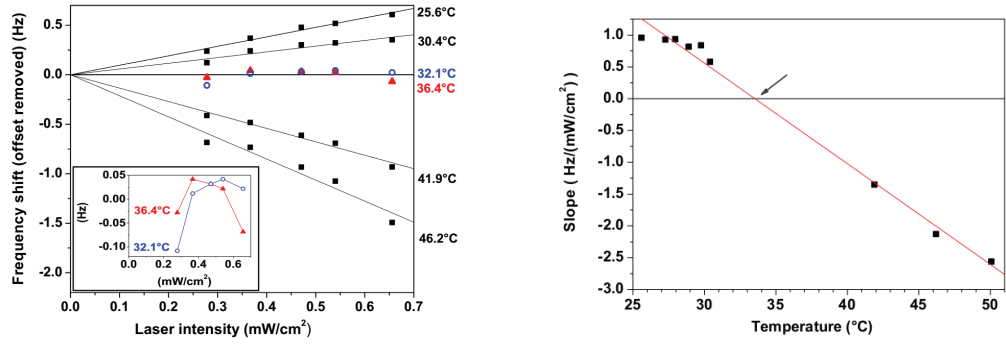


FIGURE 5.12: Taux de déplacement de puissance en fonction du champ magnétique. Mode impulsionnel en configuration Lin $\perp$ Lin, temps d'évolution libre  $T_R = 4$  ms. Intensités équilibrées,  $I_{43'} = I_{33'} = 5 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Noir et rouge : lasers respectivement accordés sur les transitions  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$ . L'intensité variée pour la mesure du taux est celle du laser résonant à partir du niveau hyperfin fondamental  $F=3$  ( $F=4$ ) pour les points carrés (rond). Lignes : ajustement d'une fonction sinusoïdale sur les mesures.



(a) Déplacement de puissance en fonction de la température de la cellule.

(b) Taux de déplacement de puissance en fonction de la température de la cellule.

FIGURE 5.13: Etude de la sensibilité thermique du déplacement lumineux. Résultats et figures tirés de [27]. Mode impulsif,  $T_R = 4$  ms. Caractéristique de la cellule : diamètre 2 cm, longueur 5 cm, Mélange Ar/ $N_2$ ,  $r_{Ar/N_2} = 0.600 \pm 0.003$   $P_{TOT} = 21.5$  torr. Diamètre faisceau 11 mm.

avec un mélange de gaz tampon approprié permet de réduire la sensibilité thermique du déplacement collisionnel de plusieurs dizaines de Hz/K à  $4.6 \times 10^{-2}$  Hz/K. Ces excellents résultats sont cependant à pondérer par une deuxième sensibilité également mesurée dans [27] : la sensibilité thermique du déplacement de puissance. La figure 5.13(a) présente le déplacement de puissance mesuré pour différentes température sur la transition  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$ . Un optimum, où la dépendance linéaire est annulée et où ne reste qu'un comportement quadratique, est observable pour  $T \approx [32 - 34^\circ C]$ . Les origines de cet effet sont aujourd'hui mal compris. Sur certains montages utilisant une interrogation continue et un mélange de gaz différent, cet optimum a aussi été observé [65]. Autour de notre température de travail de  $29^\circ C$ , la sensibilité thermique du taux de déplacement de puissance, mesurée sur la transition  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  est de  $1.5 \times 10^{-4}$  Hz/( $\mu W/cm^2$ )/K. Il est probable qu'en utilisant la valeur de champ magnétique permettant l'annulation de déplacement de puissance, cette sensibilité thermique du déplacement de puissance soit amoindrie. A ce jour, cette étude n'a pas encore été menée. En utilisant la sensibilité mesurée pour le champ  $B = 22 \mu T$  sur la transition  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$ , nous nous contenterons donc de donner une estimation de l'ordre de grandeur de la contribution de cette sensibilité thermique du déplacement de puissance à l'instabilité de la fréquence d'horloge.

## 5.4 Evaluation de la stabilité moyen-terme d'horloge

Cette partie présentera la mesure de l'instabilité de la puissance laser et du champ magnétique. Puis, en utilisant les sensibilités mesurées dans les sections précédentes, la contribution de chaque paramètre à l'instabilité totale de l'horloge sera estimée.

### 5.4.1 Contribution de la puissance laser

L'instabilité de la puissance d'un laser est présentée en figure 5.14. On distingue, deux cas, avec et sans asservissement de puissance laser avec lame à cristaux liquides (voir la section 1.7.1). Un gain d'un facteur 4 au bout d'une durée d'intégration de 100 secondes est à noter lorsque l'asservissement fonctionne. Au delà de 100 secondes, une dérive en  $\tau^1$  apparaît.

Jusqu'ici, l'accent a été mis sur l'estimation et la mesure du déplacement de puissance résultant de la variation de puissance d'un laser. Considérons maintenant le cas de la puissance totale qui fluctue. Lors de la variation d'intensité totale, si l'équilibre des intensités est conservé alors, le déplacement de puissance est plus faible que si la même variation d'intensité n'était due qu'à un seul laser. En effet, les déplacements de puissance associés à chaque laser ont un signe opposé et vont donc se compenser partiellement, voir par exemple la figure 4.20. Supposons une variation d'intensité  $dI_{TOT}$  faible et égale à  $dI_{TOT} = 1/2 \times (dI_{33'} + dI_{43'})$  au voisinage de  $I_{33'} = I_{43'}$ . Le taux de déplacement de puissance total  $\partial\nu/\partial I_{TOT}$  est écrit comme la somme algébrique (équation 5.6) ou quadratique (équation 5.7) des taux relatifs à chaque laser suivant que les bruits soient corrélés ou non-corrélés.

$$\frac{\partial\nu}{\partial I_{TOT}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\nu}{\partial I_{33'}} + \frac{\partial\nu}{\partial I_{43'}} \right) \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial\nu}{\partial I_{TOT}} = \sqrt{\left( \frac{\partial\nu}{\partial I_{33'}} \right)^2 + \left( \frac{\partial\nu}{\partial I_{43'}} \right)^2} \quad (5.7)$$

Sur le montage expérimental dont nous disposons, le bruit des lasers est probablement dans un cas intermédiaire. En effet, certaines variations de puissance sont corrélées et d'autres non-corrélées.

**Les variations corrélées** sont par exemple celles dues à une vibration ou une fluctuation d'indice de l'air ayant lieu sur le chemin optique en aval du cube de superposition.

**Les variations non-corrélées** sont celles agissant sur l'intensité, avant le cube de superposition, par exemples : variations mécaniques du banc, variation d'indice de l'air, fluctuation de puissance des lasers.

A ce jour nous ne connaissons pas le taux de corrélation des fluctuations de puissance. Ainsi, nous nous limiterons à l'encadrement de la contribution du déplacement de puissance à l'instabilité totale par deux limites, calculées avec l'équation 5.6. La première limite revient à considérer des fluctuations d'intensités laser non-corrélées. Le second



calcul considère des fluctuations laser corrélées. Ce cas est très favorable puisque les déplacements de puissance étant de signes opposés, ils se compenseront partiellement.

Lorsque les lasers sont résonnants sur la transition  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$ , on peut trouver deux points de champ magnétique  $B \approx 8$  et  $11 \mu\text{T}$  où le déplacement de puissance lié à la variation de puissance d'un laser est annulé au premier ordre. Notre point de fonctionnement précédent avait permis de mesurer une stabilité ne dérivant qu'à partir de 2000 secondes, sur la transition  $|f\rangle \rightarrow |4'\rangle$  et avec un champ magnétique de  $22 \mu\text{T}$ . La sensibilité de ces nouveaux points sont dix fois moins grandes, voir figure 5.12, et devraient donc permettre d'intégrer en bruit blanc de fréquence pendant plus longtemps. Cependant, l'utilisation de ces points de champ magnétique devrait conduire à une diminution de signal d'environ 20% et donc à une dégradation de la stabilité court terme d'autant. En effet, il a été montré dans [52] et [27], que l'amplitude du signal dépend du champ magnétique. Le phénomène à l'origine de cette variation est le résultat de la superposition des systèmes de franges des transitions d'horloge et adjacentes. L'utilisation de ces valeurs de champ magnétique permettant d'insensibiliser l'horloge aux variations de puissance, entrainera donc une légère dégradation sur la stabilité court terme. Le calcul de l'encadrement de la contribution à la stabilité de fréquence par les bornes corrélées et non-corrélées est présenté dans le tableau 5.1.

| Transition                         | Champ B         | $\partial\nu/\partial I_{F=3}$<br>$\text{Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ | $\partial\nu/\partial I_{F=4}$<br>$\text{Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ | $\sigma_y(2 \times 10^3 \text{s}) \times 10^{14}$ |
|------------------------------------|-----------------|---|---|---|
| $ f\rangle \rightarrow  3'\rangle$ | $22\mu\text{T}$ | 1.03  | -0.82   | [2.1 – 13.2]                                      |
| $ f\rangle \rightarrow  4'\rangle$ | $22\mu\text{T}$ | -0.37   | 0.44  | [0.7 – 5.75]                                      |
| $ f\rangle \rightarrow  3'\rangle$ | $8\mu\text{T}$  | $< \pm 0.02$  | $< \pm 0.04$  | $< 0.2$   |
| $ f\rangle \rightarrow  4'\rangle$ | $12\mu\text{T}$ | -0.2  | 0.22  | [0.2 – 2.97]                                      |

TABLE 5.1: Taux de déplacement de puissance et stabilité de fréquence à 2000 secondes de la fréquence d'horloge. Mode impulsionnel. Intensités laser égales  $I_{33'} = I_{43'} = 2.5 \mu\text{W}/\text{mm}^2$ . Les taux de déplacement sont donnés en  $\text{Hz}/(\mu\text{W}/\text{mm}^2)$ .  $\partial\nu/\partial I_{F=3}$  et  $\partial\nu/\partial I_{F=4}$ , correspondent aux taux de déplacement de puissance mesurés pour une variation de puissance d'un laser résonnant avec le niveau hyperfin fondamental F=3 ou F=4.

#### 5.4.2 Contribution du champ magnétique

La stabilité du champ magnétique a été mesurée sur la transition Zeeman ( $\Delta F = 1, \Delta m = 0, m = 1$ ), voir figure 5.15. Du fait de la sensibilité du premier ordre au champ magnétique de cette transition, nous considérons que la totalité du bruit qui y est mesurée, est d'origine magnétique. La sensibilité linéaire  $\alpha = 7.008 \text{ kHz}/\mu\text{T}$  de cette transition est connue [73], ainsi que la sensibilité quadratique  $\beta = 0.0427 \text{ Hz}/\mu\text{T}^2$  de la transition ( $\Delta F = 1, \Delta m = 0, m = 0$ ). A partir de l'instabilité de fréquence  $\Delta\nu_{Z1}$  de la transition m=1, nous pouvons calculer l'instabilité relative du champ magnétique

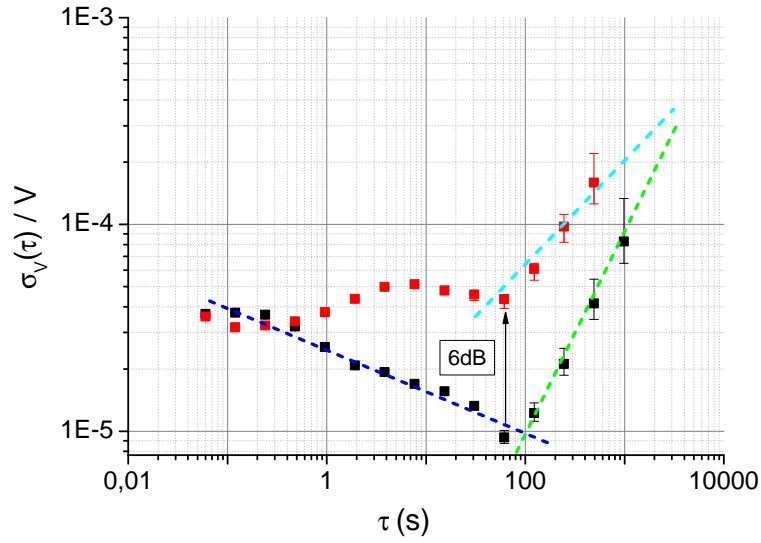


FIGURE 5.14: Ecart type relatif d'Allan de la puissance du laser maître  $I_{43'}$ , mesuré en mode impulsionnel. En noir et rouge : mesure avec et sans asservissement de puissance. En bleu, vert et turquoise : comportements asymptotiques, respectivement en  $\tau^{-1/5}$ ,  $\tau^1$  et  $\tau^{1/2}$ . Le comportement de l'intensité du laser esclave  $I_{33'}$  est similaire à celui du laser maître.

puis estimer quelle serait la perturbation correspondante sur la transition d'horloge  $m=0$  avec la relation :

$$\nu_{Z0} = \frac{2B\Delta\nu_{Z+1}}{\alpha}\beta \quad (5.8)$$

L'ajustement de trois asymptotes sur la variance d'Allan permet de décrire l'évolution de l'instabilité du champ magnétique. La première asymptote qui décroît comme  $\tau^{-1/2}$  est la trace d'un bruit blanc. Le plancher, observé à partir de quelques secondes montre la dominance d'un bruit de scintillation. Enfin nous observons une remontée à partir de temps d'intégration de quelques centaines de secondes. Pour un schéma d'excitation  $\text{Lin}\perp\text{Lin}$  où les pics adjacents à la transition 0-0 sont d'égales amplitudes, la sensibilité au point de champ magnétique  $B=8 \mu\text{T}$  est de  $0.7 \text{ Hz}/\mu\text{T}$  soit un facteur deux d'amélioration par rapport à  $B=22 \mu\text{T}$ . A 2000 secondes, cette sensibilité combinée à une instabilité relative du champ magnétique de  $7\times 10^{-7}$ , voir 5.15, donne une limitation à la stabilité de la fréquence relative de  $2.6\times 10^{-15}$ .

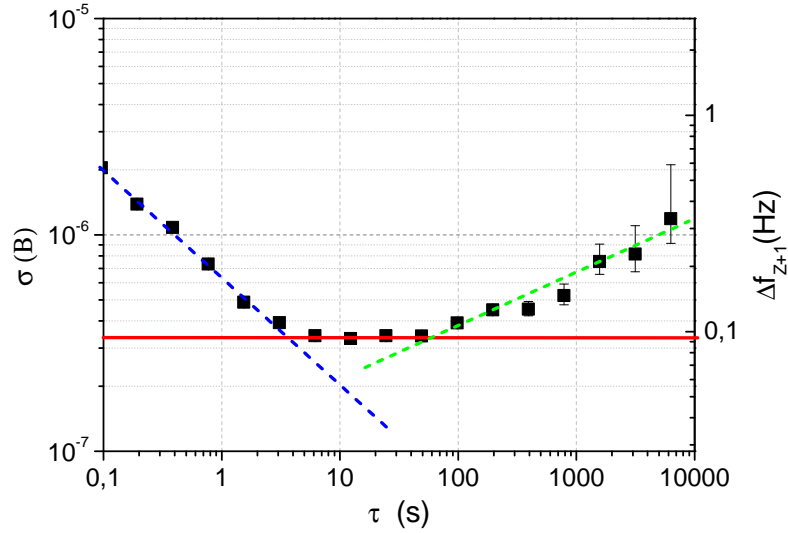


FIGURE 5.15: Axe de gauche : variance d'Allan de l'écart de type relatif du champ magnétique. Axe de droite : variance d'Allan de l'instabilité de fréquence mesurée sur la transition ( $\Delta F = 1, \Delta m = 0, m = 1$ ). Points : mesures. Ligne bleu : asymptote  $\propto \tau^{-1/2}$ , ligne rouge : asymptote  $\propto \tau^0$ , ligne verte : asymptote  $\propto \tau^{1/4}$

## 5.5 Conclusion

En conclusion de ce travail, nous retiendrons que cette configuration de polarisation laser *Lin* $\perp$ *Lin* met en jeu deux types de transitions dont les dépendances à la puissance des amplitudes, largeurs et déplacements de fréquence sont différentes. En particulier, le signe opposé des dépendances à la puissance de ces deux types de transitions, cohabitant dans un même signal de résonance noire, permet d'annuler la dépendance à la puissance du système total pour une valeur particulière du champ magnétique. Ce point d'insensibilité doit permettre de gagner un facteur 10 sur la contribution du déplacement de puissance à l'instabilité de fréquence en passant de  $7 \times 10^{-14}$  à  $7 \times 10^{-15}$  à 2000 secondes. Il permet en outre d'abaisser fortement la sensibilité de la fréquence au champ magnétique. Le tableau 5.2 synthétise les différentes limitations calculées précédemment pour la transition  $|f\rangle \rightarrow |3'\rangle$  et présente une estimation d'une limitation totale des effets de puissance et de champ magnétique inférieure à  $5 \times 10^{-15}$  pour 2000 secondes d'intégration. Cette limite à la stabilité est très basse. La prochaine étape de cette étude de la stabilité moyen-terme sera de confronter cette estimation à une mesure.

| Paramètre X   | $\partial\nu/\partial X$             | $\Delta X/X$       | $\sigma_y(2 \times 10^3 s)$ |
|---|--------------------------------------|--------------------|-----------------------------|
| $I_{43'}$   | $< \pm 0.02 \text{ Hz}/(\mu W/mm^2)$ | $2 \times 10^{-4}$ | $< 2 \times 10^{-15}$       |
| $I_{33'}$   | $< \pm 0.02 \text{ Hz}/(\mu W/mm^2)$ | $2 \times 10^{-4}$ | $< 2 \times 10^{-15}$       |
| $B$   | $0.7 \text{ Hz}/\mu T$               | $7 \times 10^7$    | $< 2 \times 10^{-15}$       |
| $T \rightarrow \partial\nu/\partial T$                      | $0.46 \times 10^{-4} \text{ Hz/mK}$  | $0.5 \text{ mK}$   | $< 2.5 \times 10^{-15}$     |
| $T \rightarrow \partial(\partial\nu/\partial I)/\partial T$ | $1.5 \times 10^{-4} \text{ Hz/mK}$   | $0.5 \text{ mK}$   | $< 8.1 \times 10^{-15}$     |
| Total   |                                      |                    | $< 9 \times 10^{-15}$       |

TABLE 5.2: Estimation du budget de bruit de la sensibilité à 2000 secondes de la fréquence d'horloge. Paramètres : champ magnétique  $8 \mu T$ , Intensité totale =  $1.5 \text{ mW/cm}^2$ , intensité équilibrée. Température  $29^\circ C$ ,  $T_R = 4 \text{ ms}$ , temps de pompage  $2 \text{ ms}$ . Caractéristiques de la cellule : diamètre  $2 \text{ cm}$ , longueur  $5 \text{ cm}$ , Mélange  $Ar/N_2$ ,  $r_{Ar/N_2} = 0.600 \pm 0.003$   $P_{TOT} = 21.5 \text{ torr}$ . Diamètre faisceau  $11 \text{ mm}$ .

# Conclusion

Au cours de ce mémoire nous avons présenté l'étude des principaux mécanismes de transfert de bruit dans une horloge atomique CPT. Grâce à une compréhension solidement ancrée dans des études à la fois théoriques et expérimentales, d'importantes étapes ont pu être franchies dans le processus d'amélioration de la stabilité de fréquence de notre prototype.

## Bilan

En introduction de ce mémoire nous avons rappelé le concept d'une horloge atomique et le principe du piégeage cohérent de population. Le montage expérimental a ensuite été détaillé par une présentation de ses trois principaux blocs fonctionnels : la chaîne de synthèse de fréquence, le résonateur atomique et les faisceaux lasers d'interrogation. Le rôle de la chaîne de multiplication est de convertir le signal de fréquence étalon en un signal de fréquence micro-onde accordable autour de la fréquence atomique. Une boucle à verrouillage de phase permet ensuite de recopier ce signal micro-onde sur le battement de fréquence de deux lasers. La fréquence de ce battement est finalement comparée à la fréquence de la transition atomique dans une cellule de vapeur et le signal transmis permet de générer la correction de la fréquence de la chaîne de synthèse de façon à la maintenir égale à la fréquence atomique.

La première étude de transfert de bruit s'est attachée à caractériser le transfert du bruit de fréquence de l'oscillateur local en bruit de fréquence de l'horloge. En raison de l'interrogation impulsionnelle mise en place pour améliorer notre sensibilité, le bruit de l'oscillateur local est échantillonné. Ceci donne lieu à un repliement spectral et donc à une sensibilité de la fréquence d'horloge aux bruits haute-fréquence de l'oscillateur local. La modélisation de ce transfert de bruit et sa confrontation avec des mesures a tout d'abord validé notre proposition d'équation simple de la fonction de sensibilité  $g(t)$ . Dans un deuxième temps ce modèle a permis de chiffrer la contribution à l'instabilité

de fréquence générée par effet Dick de chaque élément de la chaîne de synthèse micro-onde. Après la mise en place d'un filtrage de la source à 100 MHz par un oscillateur à quartz ULN de chez Rakon, un bilan de bruit affichant une contribution de l'effet Dick à  $\sigma_y(1s) = 2.7 \times 10^{-13}$  (cohérente avec les mesures) a permis de cibler la boucle à verrouillage de phase optique comme nouvelle source de bruit dominante. La mise en place d'un filtre temporel de type Blackman a été calculée et devrait réduire cette contribution d'un facteur deux. Enfin les bases d'une optimisation de la séquence ont été posées par la mise à jour d'une dépendance de la contribution de l'effet Dick comme  $\tau_m^{-\frac{1}{4}}$  et  $T_R^{-\frac{1}{2}}$  ( $T_R$  est le temps de Ramsey et  $\tau_m$  est la durée de détection). Ces sensibilités ont été utilisées dans le chapitre suivant pour calculer un point d'optimisation de la stabilité d'horloge.

L'étude du bilan de bruit affectant la stabilité de fréquence court-terme présentée en chapitre 2 a été l'occasion de faire une étude approfondie de la conversion du bruit d'intensité laser en bruit de fréquence. Suite au calcul de la fonction de transfert du bruit d'intensité à travers la cellule et à travers la séquence de détection, deux axes d'amélioration ont été proposés. Le premier a consisté à réduire le bruit d'intensité à l'aide de différents systèmes dont une normalisation et un asservissement de fréquence large bande rejetant de 5 à  $1.5 \times 10^{-13}$  la contribution du bruit d'intensité à la stabilité de fréquence. Le second axe d'amélioration vient de la mise en évidence du caractère critique d'une détection très courte. Bien qu'elle permette d'augmenter la sensibilité de notre horloge, elle accroît également le bruit d'intensité vu par l'horloge. Un calcul d'optimisation de la stabilité de fréquence prenant en compte la sensibilité de l'effet Dick et le transfert de bruit d'intensité à deux paramètres de la séquence (temps de Ramsey  $T_R$  et durée de détection  $\tau_m$ ) a été réalisé. Ce calcul prévoit une amélioration de la stabilité de  $3.2 \times 10^{-13}$  à  $1.8 \times 10^{-13}$  pour un allongement de la durée de détection de 25 à 200  $\mu s$  et du temps de Ramsey de 4 à 5 ms.

Le chapitre 4 s'est attaché à expliquer la sensibilité à la puissance laser de la fréquence d'horloge en bâtissant un modèle pseudo-empirique. Afin de simplifier l'étude de cet effet aujourd'hui mal compris dans les horloges à cellule de vapeur, le modèle a été réalisé pour des schémas d'excitation en simple  $\Lambda$  tels que les configurations  $\sigma^+$  et  $\sigma^+\sigma^-$ . Les diverses sources de sensibilité de la fréquence à la puissance laser prises en compte sont : le déplacement lumineux CPT, les déplacements lumineux à un photon dus au couplage avec les transitions avoisinant la transition résonante, l'effet Doppler, l'effet de recouvrement optique, de recouvrement CPT et enfin l'effet de la profondeur de modulation. Lorsque les intensités sont équilibrées, l'effet du couplage à un photon avec les transitions désaccordées de plusieurs gigahertz est dominant. En revanche lorsque les intensités sont déséquilibrées c'est le couplage avec la transition éloignée de 1.17 GHz (structure hyperfine de l'état excité) et l'effet du recouvrement CPT qui dominent. La contribution de

ce dernier paramètre est intéressante au sens où c'est la seule dont le signe dépend du schéma d'excitation utilisé :  $\sigma^+$  ou  $\sigma^+\sigma^-$ . La comparaison avec les mesures montre une adéquation d'ordre de grandeur avec le modèle pseudo-expérimental. Une sous-estimation de la déformation de la résonance noire pourrait être la cause de l'écart entre mesures et calcul dans le cas de la configuration  $\sigma^+\sigma^-$ .

Le chapitre cinq clôt ce mémoire en caractérisant le schéma d'excitation utilisé en mode horloge et en proposant un bilan de bruit de la stabilité de fréquence moyen-terme. Une valeur de champ magnétique permettant d'insensibiliser la fréquence d'horloge aux fluctuations de puissance a été montrée. Ce point est le résultat d'une compensation de la sensibilité de la fréquence de la transition d'horloge ( $\Delta m = 0$ ) à la puissance laser par les transitions adjacentes ( $\Delta m = 2$ ). La contribution à l'instabilité de fréquence y est diminuée d'un facteur dix et passe de  $2 \times 10^{-14}$  à moins que  $2 \times 10^{-15}$  à 2000 s. Cette nouvelle valeur de champ permet de diminuer également la contribution du champ magnétique à l'instabilité de l'horloge et donnerait une limitation totale de la stabilité inférieure à  $10^{-14}$  à 2000 s.

## Perspectives

A court-terme, il serait intéressant de valider par une mesure les différents calculs de l'amélioration de la stabilité de fréquence : optimisation de la séquence, filtre temporel ou encore insensibilité de la fréquence d'horloge aux variations de la puissance laser. Toujours dans cet objectif d'amélioration de la stabilité de fréquence, il serait intéressant d'estimer le gain de l'ajout d'un revêtement paraffiné sur les parois de la cellule. De prime abord cette technologie semble très prometteuse car elle permet un gain double : diminution de la relaxation due aux parois et au gaz tampon. En effet l'introduction de paraffine peut être accompagnée d'une diminution de la pression de gaz tampon. Ceci doit permettre de travailler avec des temps de Ramsey plus longs, donc avec des franges plus étroites et une pente du discriminateur de fréquence plus raide. Cependant, plus la pression de gaz tampon sera réduite, moins les atomes seront confinés et plus l'effet Doppler sera important. Ceci diminuera l'amplitude des franges, réduisant ainsi l'amélioration du discriminateur de fréquence prévue par la diminution de la relaxation.

A plus long terme, il serait tout d'abord intéressant de poursuivre les investigations sur le déplacement de fréquence dû aux fluctuations de puissance. Du fait de la domination de la déformation de la résonance noire dans cet effet, il semble important de réussir à modéliser à la fois la largeur et l'amplitude du pic de résonance noire. Nous avons également vu que le système à trois ou quatre niveaux considéré ne permet pas de modéliser l'effet du recouvrement CPT. Ceci a justifié la mesure de cet effet dans le mémoire. A l'avenir il

serait intéressant de modéliser un système plus complexe de manière à considérer à la fois les niveaux de fuite mais également les recouvrements CPT.

Enfin il est possible que notre prototype se prête bien à la mise en pratique d'une interrogation sans temps mort proposée récemment [74][75]. Celle-ci permettrait de réduire considérablement la limitation due au bruit de fréquence de l'oscillateur local. En effet, dans les deux articles précédemment cités, l'intégration du bruit de l'horloge se fait en  $\tau^{-1}$  au lieu de  $\tau^{-1/2}$ . Notre prototype étant partiellement limité par effet Dick, une telle implantation devrait permettre d'améliorer la stabilité court-terme. Cependant, cette technique ne devrait pas permettre d'améliorer la stabilité moyen-terme, limitée par un déplacement de fréquence atomique (champ magnétique, déplacement de fréquence dû à la puissance).

Le projet d'horloge à piégeage cohérent de population présente à ce jour une stabilité à l'état de l'art des meilleures horloges compactes. Le niveau de stabilité actuel de  $3.2 \times 10^{-13}$  à 1s n'est pas une limite fondamentale et des pistes ont été données pour des futures améliorations. Ce prototype a également permis d'avancer dans la compréhension du déplacement de fréquence en fonction des variations de puissances. Ainsi, en plus d'être un prototype d'horloge compacte performant, il constitue un outil intéressant pour l'étude du piégeage cohérent de population.



## Annexe A

# Déplacement de fréquence associé à la co-existence de deux résonances noires

Considérons deux raies d'absorption  $S_1$  et  $S_2$  co-existant pour un même désaccord optique.

$$S_{TOT}(\delta_R) = S_1(\delta_R) + S_2(\Delta + \delta_R) \quad (\text{A.1})$$

$\Delta$  étant le déplacement du centre de la raie  $S_2$  par rapport à la raie  $S_1$ . Le signal  $S_1$  proche du désaccord Raman  $\delta_R = \delta w \pm w_m$  s'écrit comme :

$$S_1(\delta w \pm w_m) = S_1(\pm w_m) \pm \delta w \times S'_1(w_m) \quad (\text{A.2})$$

$S'_1(w_m)$  est la pente du discriminateur de fréquence au désaccord  $\delta_R = w_m$ . Pour déterminer le déplacement de fréquence associé à la co-existence de ces deux pics de résonance noire lorsque la fréquence est asservie, on cherche la fréquence  $\delta w$  pour laquelle la condition :  $S_{TOT}(\delta w + w_m) = S_{TOT}(\delta w - w_m)$  est satisfaite. Cette condition est valable dans le cas d'une modulation de fréquence carrée. Si  $S_1$  est symétrique alors comme  $S_1(+w_m) = S_1(-w_m)$ , la condition s'écrit comme :

$$2\delta w S'_1(w_m) = S_2(\Delta - w_m) - S_2(\Delta + w_m) + \delta w (S'_2(\Delta + w_m) - S'_2(\Delta - w_m)) \quad (\text{A.3})$$

$$\delta w = \frac{S_2(\Delta - w_m) - S_2(\Delta + w_m)}{2S'_1(w_m) + S'_2(\Delta + w_m) - S'_2(\Delta - w_m)} \quad (\text{A.4})$$

## Annexe B

# Bruit de fréquence du laser asservi

L'objet de cette annexe est de calculer le bruit de fréquence d'un laser asservi à partir du bruit de fréquence du laser libre et des bruits d'amplitudes présents dans le système. Le montage et la boucle d'asservissement sont schématisés sur la figure B.1. Considérons qu'un montage d'absorption saturée, possède un discriminateur de fréquence. Celui-ci, de pente  $P$  exprimée en V/Hz, englobe le montage optique, la photodiode de détection et son amplificateur. Ce montage permet d'asservir la fréquence d'un laser, dont la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence du laser libre est  $S(\nu_L)$ , exprimée en  $\text{Hz}^2/\text{Hz}$ . Par commodité on considère que toutes les sources de bruit d'amplitude sont représentées par un générateur de tension aléatoire  $V$  ajoutée à la sortie du photodétecteur. Ces signaux sont convertis en signal d'erreur par une détection synchrone numérique (DSN sur la figure), puis en signal de correction sur la fréquence du laser. L'ensemble de la boucle d'asservissement compris entre la photodiode et le laser est représenté par la fonction de transfert  $K(p)$ .

Les fluctuations de fréquence du laser libre et le bruit additif d'amplitude sont représentés par deux variables aléatoires indépendantes :  $\delta\nu_L$  et  $\delta v$ . En boucle ouverte le signal à l'entrée de la détection synchrone est :

$$s = s_0 + P\delta\nu_L + \delta v, \quad (\text{B.1})$$

où  $s_0$  est le signal constant en absence de bruit. Le signal d'erreur (en V), mesuré directement en sortie de la détection synchrone est :

$$s_e = P\delta\nu_L + \delta v, \quad (\text{B.2})$$

et le signal de correction (en Hz) généré par la boucle est :

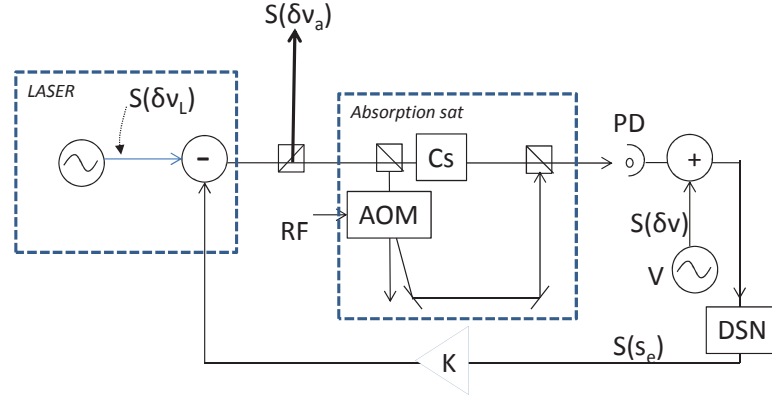


FIGURE B.1: Schéma du montage d'absorption saturée avec bruit d'intensité laser

$$s_K = K(P\delta\nu_L + \delta\nu). \quad (\text{B.3})$$

En boucle fermée la fluctuation de fréquence  $\delta\nu_a$  du laser asservi s'écrit :

$$\begin{aligned} \delta\nu_a &= \delta\nu_L - K(P\delta\nu_a + \delta\nu), \\ \delta\nu_a &= \frac{\delta\nu_L}{1 + KP} - \frac{K\delta\nu}{1 + KP}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Le signal d'erreur en boucle fermée s'écrit :

$$s_e = P\delta\nu_a + \delta\nu. \quad (\text{B.5})$$

En utilisant (B.4),

$$s_e = \frac{P\delta\nu_L + \delta\nu}{1 + KP}. \quad (\text{B.6})$$

Les variables  $\delta\nu_L$  et  $\delta\nu$  sont considérées comme des variables aléatoires indépendantes, on peut donc écrire la relation suivante entre les densités spectrales :

$$S_{\nu_a} = \left| \frac{1}{1 + KP} \right|^2 S_{\nu_L} + \left| \frac{K}{1 + KP} \right|^2 S_{\nu}, \quad (\text{B.7})$$

$$S_e = \left| \frac{1}{1 + KP} \right|^2 [P^2 S_{\nu_L} + S_{\nu}]. \quad (\text{B.8})$$

Si, pour caractériser le bruit de fréquence du laser asservi, on utilise la densité spectrale du bruit du signal d'erreur, ou plus exactement  $S_v/P^2$ , à la place de  $S_{\nu_a}$  on sous-estime la contribution du bruit d'amplitude d'un facteur  $K^2 P^2$ . Il en est de même si l'on utilise la DSP du signal de correction. Dans un système idéal ou la correction serait parfaite via un gain infini, l'expression de (B.7) et (B.8) serait :

$$\lim_{K \rightarrow \infty} S_{\nu_a} = \frac{S_v}{P^2}, \quad (\text{B.9})$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} S_v = 0 \quad (\text{B.10})$$

La boucle d'asservissement tend donc à transférer sur la fréquence du laser la totalité du bruit d'amplitude ajouté sur le photodétecteur converti en fréquence sur la pente du discriminateur atomique. L'équation (B.7) permet de calculer la contribution des bruits d'amplitude (bruit d'intensité du laser, bruit de la photodiode, etc.) au bruit de fréquence du laser asservi. Ce transfert de bruit AM-FM n'est pas vu sur le signal d'erreur.

## Annexe C

# Effet de la normalisation sur le bruit du signal

On cherche ici à caractériser le bruit du signal équivalent en sortie du milieu atomique avec ou sans normalisation. Le schéma du montage expérimental est présenté en figure C.1.

Considérons un faisceau laser dont la puissance avant la cellule de gaz est  $p_i + \delta_i$ , avec  $\delta_i$  une petite fluctuation. En sortie de la cellule, la puissance sera notée  $p_o$ , la puissance moyenne  $\overline{p_o}$  est atténuée d'un coefficient  $\beta$  par rapport à  $p_i$ ,  $\overline{p_o} = \beta p_i$ . Une petite perturbation sur la fréquence micro-onde  $\delta_{mw}$  sera convertie en fluctuation de puissance dans le milieu atomique par un discriminateur de fréquence de pente  $a$ . Sans normalisation, le signal de sortie est :

$$p_o = \beta (p_i + \delta_i) + a\delta_{mw}. \quad (\text{C.1})$$

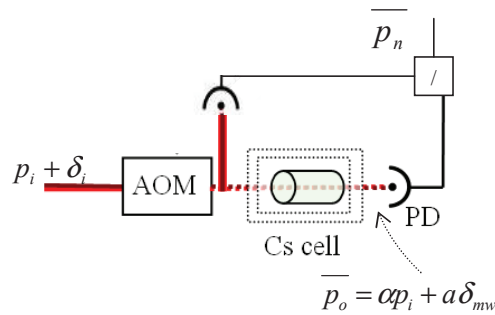


FIGURE C.1: Schéma du montage de normalisation du bruit d'intensité.

Rappelons les propriétés statistiques essentielles quand on considère deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$ . La variance d'une somme de deux variables aléatoires, l'espérance et la variance de leur produit sont égales à :

$$\begin{cases} \sigma^2(X + Y) = \sigma^2(X) + \sigma^2(Y) + 2\text{cov}(X, Y), \\ E(XY) = E(X)E(Y) + \text{cov}(X, Y), \\ \sigma^2(XY) = \sigma^2(X)\sigma^2(Y) + \sigma^2(X)E(Y)^2 + \sigma^2(Y)E(X)^2. \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

On suppose que  $\delta_i$  et  $\delta_{mw}$  sont des variables aléatoires indépendantes, donc de covariance nulle, de moyenne nulle et de variances  $\sigma_i^2$  et  $\sigma_{mw}^2$ . La variance de  $p_o$  s'écrit alors :

$$\sigma_{p_o}^2 = \beta^2 \sigma_i^2 + a^2 \sigma_{mw}^2. \quad (\text{C.3})$$

Avec la normalisation du signal, la puissance équivalente de sortie est :

$$p_n = \frac{p_o}{p_i + \delta_i} = \beta + a \left( \frac{\delta_{mw}}{p_i + \delta_i} \right) \simeq \beta + a \left( \frac{\delta_{mw}}{p_i} \right) \left( 1 - \frac{\delta_i}{p_i} \right). \quad (\text{C.4})$$

En utilisant (C.2) sa valeur moyenne est  $\overline{p_n} = \beta$ . Sa variance est donnée par :

$$\begin{aligned} \sigma^2(p_n) &= \overline{(p_n - \beta)^2} \simeq a^2 \overline{\left( \frac{\delta_{mw}}{p_i} \right)^2 \left( 1 - \frac{\delta_i}{p_i} \right)^2} \\ &= \left( \frac{a}{p_i} \right)^2 \overline{(\delta_{mw})^2 \left( 1 + \frac{\delta_i^2}{p_i^2} - 2 \frac{\delta_i}{p_i} \right)}, \\ &= \left( \frac{a}{p_i} \right)^2 \sigma_{mw}^2 \left( 1 + \frac{\sigma_i^2}{p_i^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Soit, en utilisant la notation du bruit relatif d'intensité (RIN),  $\sigma_{rin}^2 = \sigma_i^2/p_i^2$  :

$$\sigma^2(p_n) = \left( \frac{a}{p_i} \right)^2 \sigma_{mw}^2 (1 + \sigma_{rin}^2). \quad (\text{C.6})$$

En résumé les valeurs moyennes et les variances des signaux non-normalisés et normalisés sont égales à

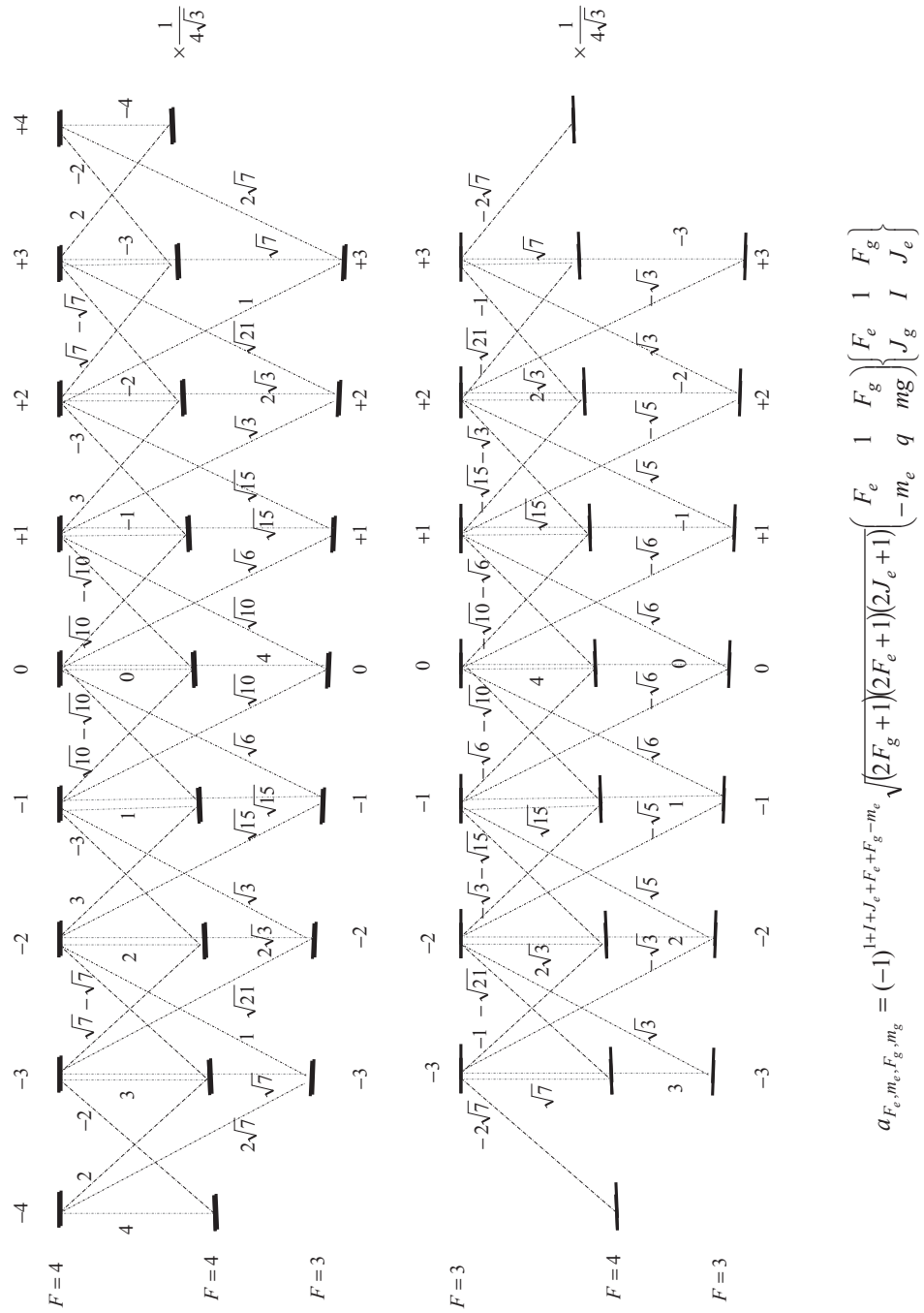
$$\begin{cases} \overline{p_o} = \beta p_i, & \sigma^2(p_o) = \beta^2 \sigma_i^2 + a^2 \sigma_{mw}^2, \\ \overline{p_n} = \beta, & \sigma^2(p_n) = (a/p_i)^2 \sigma_{mw}^2 (1 + \sigma_{rin}^2). \end{cases} \quad (C.7)$$

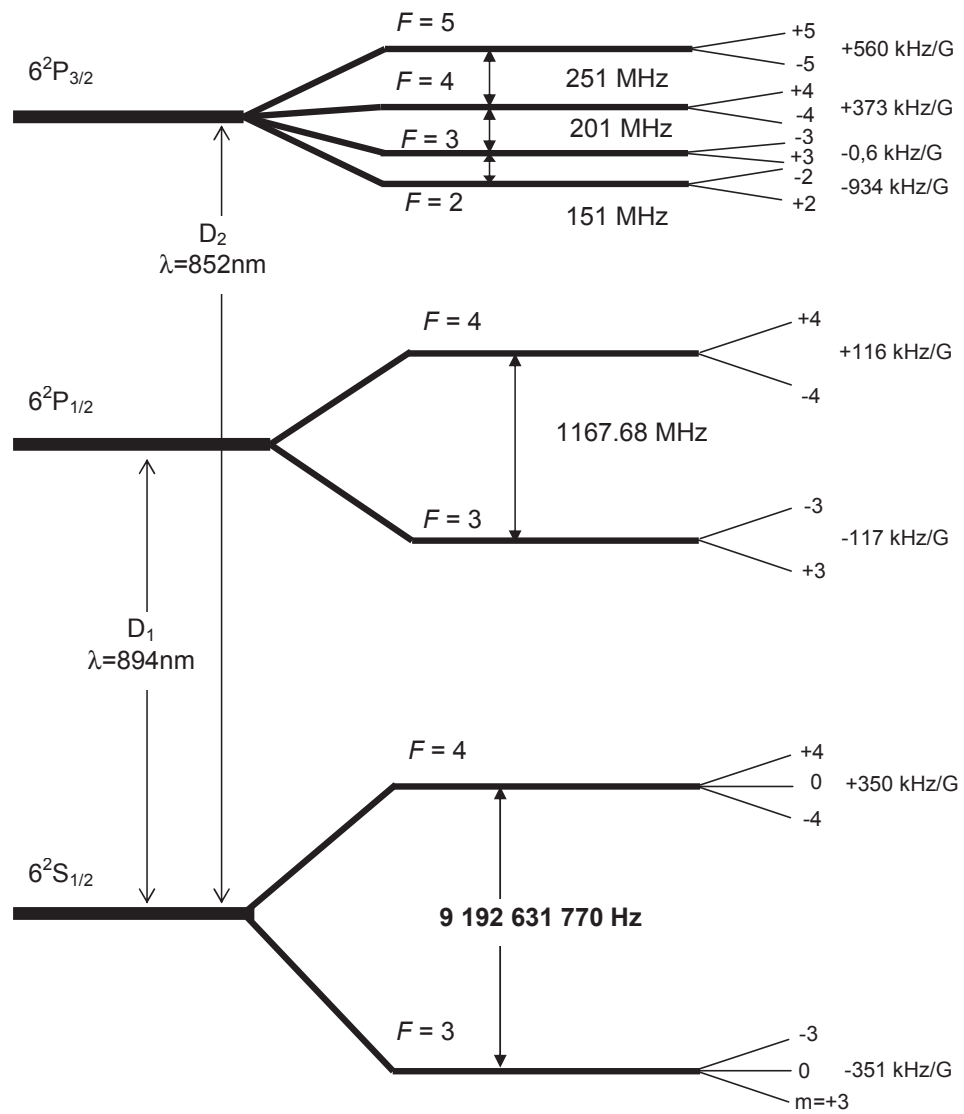
Le rapport du rapport signal à bruit normalisé au rapport signal à bruit non normalisé est égal à :

$$\frac{(S/B)_n}{(S/B)_o} = \sqrt{\frac{1 + (\beta p_i \sigma_{rin} / a \sigma_{mw})^2}{1 + \sigma_{rin}^2}} \simeq \sqrt{1 + (\overline{p_o} \sigma_{rin} / a \sigma_{mw})^2}. \quad (C.8)$$

Le deuxième terme dans la racine est égal au rapport du bruit de puissance laser après la cellule au bruit de fréquence converti en bruit de puissance. La normalisation de la puissance laser va donc permettre d'améliorer le rapport signal à bruit tant que le bruit d'origine le bruit de puissance laser est supérieur au bruit de fréquence converti en bruit de puissance.



FIGURE C.2: Coefficients Clebsch-Gordan de la raie  $D_1$  du césium.

FIGURE C.3: Niveaux d'énergie des raies  $D_1$  et  $D_2$  du césium.

# Bibliographie

- [1] K. LAMBECK : *The Earth's variable rotation : geophysical causes and consequences*. Cambridge University Press, 1980.
- [2] N.S. SIDORENKOV : *The interaction between earth's rotation and geophysical processes*. Wiley-VCH Ed., 2009.
- [3] *13e Conférence Générale des Poids et Mesures*. 1967.
- [4] L. CACCIAPUOTI, N. DIMARCQ, G. SANTARELLI, Ph. LAURENT, P. LEMONDE, A. CLAIRON, P. BERTHOUD, A. JORNOD, F. REINA, S. FELTHAM et C. SALOMON : Atomic clock ensemble in space : Scientific objectives and mission status. *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, 166:303–306, 2007.
- [5] J. GUENA, M. ABGRALL, D. ROVERA, P. ROSENBUSCH, M. E. TOBAR, Ph. LAURENT et A. Clairon et S. BIZE : Improved tests of local position invariance using  $^{87}\text{Rb}$  and  $^{133}\text{Cs}$  fountains. *Phys. Rev. Lett.*, 109:080801, 2012.
- [6] N.D. BHASKAR, J. WHITE, L.A. MALLETT, T.A. MCCLELLAND et J. HARDY : A historical review of atomic frequency standards used in space systems. *In Proc. of Frequency control symposium*, pages 24–32, 1996.
- [7] J. D. PRESTAGE, M. TU, S. CHUNG et P. MACNEAL : Compact microwave mercury ion clock for space applications. *In Proc. IEEE Frequency Control Symposium 2008*, pages 651–654, 2008.
- [8] F. X. ESNAULT, D. HOLLEVILLE, N. ROSSETTO, S. GUÉRANDEL et N. DIMARCQ : High-stability compact atomic clock based on isotropic laser cooling. *Phys. Rev. A*, 82:033436, 2010.
- [9] M. ARDITI et T. R. CARVER : Pressure, light, and temperature shifts in optical detection of 0-0 hyperfine resonance of alkali metals. *Phys. Rev.*, 124(3):800–809, 1961.
- [10] J. VANIER et C. AUDOIN : The quantum physics of atomic frequency standards. A. Hilger, Philadelphia, 1989.

- [11] G. ALZETTA, A. GOZZINI, L. MOI et G. ORRIOLS : An experimental method for the observation of rf transitions and laser beat resonances in oriented na vapour. *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis. B*, 36:5–20, 1976.
- [12] P.R. HEMMER, S. EZEKIEL et C.C. LEIBY : Stabilisation of a microwave oscillator using a resonance raman transition in a sodium beam. *Opt. Lett.*, 8:440, 1983.
- [13] S. KNAPPE, J. KITCHING, L. HOLLBERG et R. WYNANDS : A microfabricated atomic clock. *IEEE Trans. UFFC*, 85-9, 2004.
- [14] [www.symmetricom.com/products/embedded-timing-solutions/components/sa45s-csac](http://www.symmetricom.com/products/embedded-timing-solutions/components/sa45s-csac), 2013.
- [15] T. ZANON, S. GUÉRANDÉL, E. de CLERCQ, D. HOLLEVILLE, N. DIMARCQ et A. CLAIRON : High contrast ramsey fringes with coherent population trapping pulses in a double lambda atomic system. *Phys. Rev. Lett.*, 94(19):193, 2005.
- [16] G. J DICK : Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. *Proc. 19th Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting*, pages pp. 133–147, 1987.
- [17] S. GUYE et H. MICHEL : *Time and Space, measuring instrument from the 15th to the 19th century*. 1971.
- [18] Y. SORTAIS : *Construction d’une fontaine double à atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  et  $^{133}\text{Cs}$  ; étude des effets dépendant du nombre d’atomes dans une fontaine*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2001.
- [19] L. A. DUBRIDGE : History and activities of the radiation laboratory of the mass. Inst. of techn. *Rev. Sci. Instrum.*, 17:1–5, 1946.
- [20] R. Le TARGAT, L. LORINI, Y. Le COQ, M. ZAWADA, J. GUÉNA, M. ABGRALL, M. GUROV, P. ROSENBUSCH, D. G. ROVERA, B. NAGÓRNY, R. GARTMAN, P. G. WESTERGAARD, M. E. TOBAR, M. LOURS, G. SANTARELLI, A. CLAIRON, S. BIZE, P. LAURENT et P. Lemonde J. LODEWYCK : Experimental realization of an optical second with strontium lattice clocks. *Nature Communication*, 4, 2013.
- [21] G. ORRIOLS : Nonabsorption resonances by nonlinear coherent effects in a three-level system. *Il Nuovo Cimento*, 53B:1–24, 1979.
- [22] E. ARIMONDO : Coherent population trapping in laser spectroscopy. *Progress in Optics*, 35:257–354, 1996.
- [23] G. ALZETTA, L. MOI et G. ORRIOLS : Nonabsorption hf resonances in sodium vapour irradiated by a multimode dye-laser. *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis. B*, 52B, 1979.

- [24] N. CYR : All-optical microwave frequency standard : a proposal. *IEEE TUFFC*, 252:394, 1993.
- [25] R. WYNANDS et A. NAGEL : Precision spectroscopy with coherent dark states. *Appl. Phys. B*, 20:1–25, 1999.
- [26] J. VANIER : Atomic clocks based on coherent population trapping : a review. *Appl. Phys. B : Laser Opt.*, 81:421–442, 2005.
- [27] O.KOZLOVA : *Caractérisation d’une horloge a piégeage coherent de population dans une vapeur atomique de Césium. Principaux effets pouvant affecter la stabilité de fréquence à moyen-long terme.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2012.
- [28] R. BOUDOT, S. GUÉRANDEL et E. de CLERCQ : Simple design low-noise nltl-based frequency synthesizers for a cpt atomic clock. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 58 (10):3659, 2009.
- [29] O. KOZLOVA, S. GUÉRANDEL et E. de CLERCQ : Temperature and pressure shift of the cs clock transition in the presence of buffer gases : Ne, N<sub>2</sub>, Ar. *Phys. Rev. A*, 83:062714, 2011.
- [30] R. H. DICKE : The effect of collisions upon the doppler width of spectral lines. *Phys. Rev.*, 89(2):472–473, 1953.
- [31] N. BEVERINI, P. MINGUZZI et F. STRUMIA : Foreign gas induced cesium hyperfine relaxation. *Phys. Rev. A*, 4(2):550–555, 1971.
- [32] N. BEVERINI, P. MINGUZZI et F. STRUMIA : Errata - foreign gas induced cesium hyperfine relaxation. *Phys. Rev. A*, 5(2):993, 1971.
- [33] F. Levi S. MICALIZIO, A. Godone et J. VANIER : Spin-exchange frequency shift in alkali-metal-vapor cell frequency standards. *Phys. Rev. A*, 73:033414, 2006.
- [34] J. VANIER, R. KUNSKI, N. CYR, J. Y. SAVARD et M. TÊTU : On hyperfine frequency shifts caused by buffer gases : Application to the optically pumped passive rubidium frequency standard. *J. Appl. Phys.*, 53:5387, 1982.
- [35] O. KOZLOVA, J.M DANET, S. GUÉRANDEL et E. de CLERCQ : Limitations of long-term stability in a coherent population trapping Cs clock. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2014.
- [36] M de LABACHELERIE et P. CEREZ : A 850 nm semi-conductor laser tunable around 300 angstrom range. *Optics Comm.*, 55:174–178, 1985.

- [37] A.L. SCHALOW et C.H. TOWNES : Infrared and optical masers. *Phys. Rev.*, 112 (1):1940–1949, 1958.
- [38] X. BAILLARD, A. GAUGUET, S. BIZE, P. LEMONDE, Ph. LAURENT, A. CLAIRON et P. ROSENBUSCH. : Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers. *Optics Communications*, 266:609–613, 2006.
- [39] G.C.BJORKLUND : Frequency-modulation spectroscopy : A new method for measuring absorptions and dispersions. *Optics Letters*, 5:15, 1980.
- [40] J. HALL, J.L. HOLLEBERG, T. BAER et H.G ROBINSON : Optical heterodyne saturation spectroscopy. *Appl.Phys.B*, 39:680–682, 1981.
- [41] R. BOUDOT : *Oscillateurs micro-ondes à haute pureté spectrale*. Thèse de doctorat, Université de Franche Comté, 2006.
- [42] P. UHRICH : Caractérisation de la stabilité des oscillateurs. Cours Observatoire de Paris, 2009.
- [43] S. KNAPPE, P.D.D. SCHWINDT, V. SHAH, L. HOLLBERG et J. KITCHING : A chip-scale atomic clock based on Rb with improved frequency stability. *Optics Express*, 13(4):1249–1253, 2005.
- [44] R. BOUDOT, P. DZIUBAN, M. HASEGAWA, R. K. CHUTANI, S. GALLIOU, V. GIOR-DANO et C. GORECKI : Coherent population trapping resonances in cs - ne vapor microcells for miniature clocks applications. *J. Appl. Phys.*, 109:014912, 2011.
- [45] D. W. YOUNGNER, L. M. LUST, D. R. CARLSON, S. T. LU, L. J. FORNER, H. M. CHANHVONGSAK et T. D. STARK : A manufacturable chip scale atomic clock. In *The 14th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems*, June 2007.
- [46] J. KITCHING, S., N. VUKICEVIC, L. HOLLBERG, R.WYNANDS et W.WEIDMANN : A microwave frequency reference based on vcesel-driven dark line resonances in cs vapor. *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, 49:1313, 2000.
- [47] X. LIU, J.M. MÉROLLA, S. GUÉRANDEL, C. GORECKI, E. de CLERCQ et R. BOUDOT : Coherent-population-trapping resonances in buffer-gas-filled cs-vapor cells with push-pull optical pumping. *Phys. Rev. A*, 87:013416, 2013.
- [48] M. STÄHLER, R. WYNANDS, S. KNAPPE, J. KITCHING, L. HOLLBERG, A. TAICHENACHEV et V. YUDIN : Coherent population trapping resonances in thermal  $^{85}\text{Rb}$  vapor :  $D_1$  versus  $d_2$  line excitation. *Optics Letters*, 27:1472–1474, 2002.

- [49] A. V. TAICHENACHEV, V. I. YUDIN, V. L. VELICHANSKY et S. A. ZIBROV : On the unique possibility to increase significantly the contrast of dark resonances on  $d_1$  line of Rb. *JETP Letters*, 82(7):449, 2008.
- [50] N.F. RAMSEY : A molecular beam resonance methode with separated oscillating fields. *Phys. Rev.*, 78:695, 1950.
- [51] S. Ezekiel C. C. Leiby Jr. R. H. Picard J. E. THOMAS, P. R. Hemmer et C. R. WILLIS : Observation of ramsey fringes using a stimulated resonance raman transition in a sodium atomic beam. *Phys. Rev. Lett.*, 48:867, 1982.
- [52] R. BOUDOT, S. GUÉRANDEL, E. de CLERCQ, N. DIMARCQ et A. CLAIRON : Current status of a pulsed cpt cs cell clock. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 58(4):1217–1221, 2009.
- [53] G. SANTARELLI, C. AUDOIN, Ala'a MAKDISSI, P. LAURENT, G. J. DICK et André CLAIRON : Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *IEEE Trans. UFFC*, 45:887–894, 1998.
- [54] G. J. DICK, J. D. PRESTAGE, C. A. GREENHALL et L. MALEKI : Local oscillator induced degradation of medium-term stability in passive atomic frequency standards. *Proc. 22nd Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting*, pages 487–508, 1990.
- [55] C. GREENHALL : Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *IEEE Trans. UFFC*, 45:895–898, 1998.
- [56] S. MICALIZIO, C. E. CALOSSO, A. GODONE et F. LEVI : Metrological characterization of the pulsed Rb clock with optical detection. *Metrologia*, 49:425, 2012.
- [57] P. CHEINET, B. CANUEL et F. Pereira Dos Santos A. Gauguet F. Yver-Leduc A LANDRAGIN : Measurement of the sensitivity function in a time domain atomic interferometer. *Phys. Rev. A*, 578:1141–1148, 2008.
- [58] R. B. BLACKMAN et J. W. TUKEY : *The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communication Engineering*. 1959.
- [59] J. REICHEL : *Refroidissement Raman et vols Levy : Atomes de césium au nanokelvin*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 1996.
- [60] T. BANDI, M. PELLATON, D MILETIC, C.AFFOLDERBACH, F. GRUET, R MATTHEY, G MILETI, S. STPHANUCCI, M. VIOLETTI, F. MERLI et J.F Zurcher A.K SKRIVERVIK : Double resonance in alkali vapor cells for high performance and miniature atomic clocks. *In IEEE TUFFC*, 2012.

- [61] T. ZANON : *Développement d'une horloge à piégeage cohérent de population. Etude théorique et expérimentale du régime impulsif et continu*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2005.
- [62] L. DUCHAYNE : *Transfert de temps de haute performance : Le lien micro-onde de la mission ACES*. Thèse de doctorat, Observatoire de Paris, 2008.
- [63] N. CASTAGNA, R. BOUDOT, S. GUÉRANDEL, E. de CLERCQ, N. DIMARCQ et A. CLAIRON : Investigations on continuous and pulsed interrogation for a cpt atomic clock. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control*, 56(2):246–253, 2009.
- [64] T. ZANON, E. DECLERCQ et E. ARIMONDO : Ultra-high resolution spectroscopy with atomic or molecular dark resonances : Exact steady-state lineshapes and asymptotic profiles in the adiabatic pulsed regime. *Phys.Rev. A*, 84:062502, 2011.
- [65] D. MILETIC, C.AFFOLDERBACH, G. MILETI et M. Hasegawa C. GOREKI : Light shift in cpt based cs miniature atomic clocks. *In joint meeting EFTF-IFCS, San Francisco, USA*, pages 200–203, 2011.
- [66] F. LEVI, A. GODONE et J. VANIER : The light shift effect in the coherent population trapping césium maser. *IEEE Trans. UFFC*, 47, 2000.
- [67] D. Guéry-Odelin C. COHEN-TANNOUDJI : *Advances in atomic physics. An Overview*. World Scientific, Singapore, 2011.
- [68] C. COHEN-TANNOUDJI : Observation d'un déplacement de raie de résonance magnétique causé par des transitions réelles de résonance optique. *Compt. Rend. Acad. Sc.*, 252:394, 1961.
- [69] M. ZHU et J.S. CUTLER : Theoretical and experimental study of light shift in a cpt based Rb vapor cell frequency standard. *In Proc. of 32nd Annual PTTI Meeting 2000*, pages 311–323, 2000.
- [70] J. VANIER, A. GODONE et F. LEVI : Coherent population trapping in cesium : Dark lines and coherent microwave emission. *Phys. Rev. A*, 58(3):2345–2358, 1998.
- [71] A. JAVAN, O. KOCHAROVSKAYA, H. LEE et M.O. SCULLY : Narrowing of electromagnetically induced transparency resonance in a doppler-broadened medium. *Phys.Rev. A*, 66:013805, 2002.
- [72] G. BREIT et I. I. RABI : Measurement of nuclear spin. *Phys. Rev.*, 38:2082, 1931.
- [73] D. A. STECK : <http://steck.us/alkalidata/cesiumnumbers.pdf>, 2010.



- 
- [74] G. W. BIEDERMANN, K. TAKASE, X. WU, L. DESLAURIERS, S. ROY et M. A. KASEVICH : Zero-dead-time operation of interleaved atomic clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 111:170802, 2013.
- [75] M. MEUNIER : *Etude d'un gyromètre à ondes de matière de très grande aire*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2013.

## Horloge atomique à piégeage cohérent de population du césium en cellule : limitations à la stabilité de fréquence

**Resumé :** Ce mémoire porte sur l'étude de la stabilité de fréquence d'une horloge atomique à piégeage cohérent de population. Le cadre de cette étude est d'une part d'approfondir la connaissance du piégeage cohérent de population en cellule de vapeur et d'autre part de construire un prototype d'horloge démontrant une stabilité de fréquence à l'état de l'art des meilleures horloges compactes de laboratoire. Grâce à une interrogation impulsienne et un schéma d'excitation en polarisations linéaires et orthogonales, cette horloge présenterait une stabilité de fréquence relative nettement inférieure à  $10^{-13}$  à 1 s si elle était limitée par un bruit fondamental tel que le bruit de photon. Après une présentation du montage expérimental, la première partie de ce mémoire est consacrée à l'étude des différentes sources de bruit limitant la stabilité de fréquence court-terme. Le soin particulier donné à la modélisation, à la caractérisation expérimentale et à la réduction des transferts de bruit de fréquence de l'oscillateur local (effet Dick) et du bruit d'intensité du laser en bruit de fréquence de l'horloge, a permis de mesurer une stabilité de fréquence au niveau de  $3.2 \times 10^{-13}$  à 1 s. Dans un deuxième temps une étude théorique et expérimentale du déplacement de fréquence micro-onde en fonction de la puissance laser est présentée. Au-delà de la mise en évidence du caractère clé de la déformation de la raie dans l'explication de ce déplacement, elle a posé les bases de la dernière partie de ce mémoire qui propose une méthode d'insensibilisation du déplacement de fréquence aux fluctuations de puissance.

**Mots clés :** métrologie, horloge atomique, cellule de vapeur, piégeage cohérent de population, effet Dick, stabilité de fréquence.

## Atomic clock using coherent population trapping in a cesium cell : limitations to the frequency stability

**Abstract :** This report refers to the frequency stability study of a compact clock using coherent population trapping. The frame of such a study is firstly to deal in depth with the understanding of the systematic effects affecting the frequency of a coherent population trapping resonance. A second goal is to build a state-of-the-art compact atomic clock. Because of a pulsed interrogation and laser beams linearly and orthogonally polarized, our prototype would present a fractional frequency stability distinctly below  $10^{-13}$  at 1 s integration if it was shot-noise limited. Further to a setup description, the first part of this report is devoted to study the noise sources which limit the short-term stability of the clock. A special attention has been paid to model, experiment and reduce the transfer of local oscillator frequency noise and of laser intensity noise to microwave frequency noise. It led to measure an interesting stability measurement at the level of  $3.2 \times 10^{-13}$  at 1 s. An experimental and theoretical study of the frequency shift due to laser intensity fluctuation is then presented. Beyond the influence on this shift of dark resonance overlapping that has been enlightened, this study gives the basics to understand the insensibilization method of the frequency to power fluctuations presented in the last chapter.

**Key words :** metrology, atomic clock, vapor cell, coherent population trapping, Dick effect, frequency stability.